



# **Volatilità come *asset class*.**

## **I prodotti *Vix-related***

Alessandro Morandini  
Maurizio Polato

Luglio 2020

4/2020

Economia degli intermediari finanziari e finanza aziendale

# Volatilità come *asset class*. I prodotti *Vix-related*

Alessandro Morandini- Maurizio Polato

## Abstract

*Understanding how to manage volatility is one of the main objectives of investors and academics. Volatility, however, presents itself as a phenomenon not so simple to be defined. In this work we intend to provide a representation of the VIX index in order to illustrate the characteristics of the main VIX-based financial products. Deepening the characteristics of the term structure of the futures prices, it is possible to analyze, in particular, the characteristics of the ETPs which, allowing to negotiate volatility without the direct use of futures and options, have contributed (jointly to the structural negative correlation with the S&P 500 and to the particular configuration of the skewness), to the spread of volatility trading even among non-professional operators.*

**Keywords:** volatilità, Vix, *contango*, *backwardation*, ETP, *skewness*, CBOE

## Introduzione

Il concetto di volatilità domina per importanza i mercati finanziari grazie alla sua consolidata equiparazione alla concezione di rischio. La corretta gestione della volatilità è dunque uno degli obiettivi principali degli investitori e degli accademici. Nonostante tale premessa, la volatilità si presenta come un fenomeno dalle numerose declinazioni, risultando arduo darne una definizione univoca. In particolare è possibile individuare almeno quattro tipologie di volatilità: la volatilità futura, la volatilità storica, la volatilità stocastica e la volatilità implicita.

La volatilità futura è ciò che meglio descrive la futura distribuzione dei prezzi ed è per definizione incerta ed incalcolabile. La volatilità storica (o realizzata) viene computata facendo riferimento ad una serie di dati storici, rilevati in modo oggettivo. Essa trova concretizzazione in numerosi indicatori di volatilità storica, capaci di cogliere diversi aspetti del medesimo fenomeno<sup>1</sup>. La volatilità stocastica è l'output ottenuto dall'implementazione di diversi modelli matematici, capaci di incorporare le caratteristiche distintive del mercato di riferimento e della stessa volatilità<sup>2</sup>. L'obiettivo insito nell'utilizzo di tali modelli consiste nell'ottenimento di un dato oggettivo che possa approssimare nel modo più fine possibile la volatilità futura. Infine, la volatilità implicita viene estrapolata utilizzando come parametro di riferimento il prezzo delle opzioni. Tale caratteristica la differenzia profondamente dalle altre tipologie di volatilità. La volatilità implicita viene ampiamente riconosciuta in ambito finanziario come il risultato di *consensus* di tutti gli investitori in riferimento alle future fluttuazioni del prezzo sottostante per il periodo intercorrente tra la data attuale e la data di scadenza dell'opzione (Natenberg 1994). Ciò la promuove a misura *forward-looking* in modo endogeno. Essa può essere estrapolata attraverso un apposito modello di *pricing* (*model-dependent*) oppure in modo indipendente da qualsiasi modello di *pricing* (*model-free*). Lo sviluppo delle misure di volatilità implicita *model-free*<sup>3</sup> hanno consentito la diffusione del VIX e degli altri indici di volatilità.

---

<sup>1</sup> La deviazione standard è solamente la misura di volatilità storica maggiormente diffusa in ambito finanziario. Tuttavia essa non risulta priva di difetti. Da ciò ne consegue che «non esiste un metodo universalmente accettato per misurare la volatilità [...]» (Brenner e Galai 1993).

<sup>2</sup> I modelli stocastici di volatilità maggiormente diffusi in letteratura sono il modello di Heston (1993) e i vari modelli GARCH (*Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity*).

<sup>3</sup> Le misure di volatilità *model-free* si basano sull'utilizzo di un portafoglio di opzioni plain vanilla con strike prices che coprono l'intero range dei possibili rendimenti dell'asset sottostante alla scadenza (Asensio 2013).

## L'origine dell'indice VIX e l'evoluzione della modalità di calcolo

L'idea di introdurre degli indici di volatilità risale esattamente all'aprile 1973, data di creazione della *Chicago Board Options Exchange* (CBOE). In seguito alle prime rudimentali elaborazioni di indici di volatilità, venne avanzata concretamente la proposta di introdurre degli indici che rappresentassero la volatilità del mercato azionario, dei bond e delle valute da Menachem Brenner e Dan Galai (1989), nel loro paper intitolato *New Financial Instruments for Hedging Changes in Volatility*.

Lo scopo dell'introduzione degli indici di volatilità non era ancorato esclusivamente alla possibilità di tenere traccia in tempo reale della volatilità sui mercati finanziari. L'indice doveva fungere da sottostante per contratti derivati che consentissero di prendere posizione su cambiamenti della volatilità.

La tematica degli indici di volatilità cominciò ad assumere una certa rilevanza nella letteratura in materia e vennero discusse alcune metodologie di costruzione. La soluzione del problema non fu immediata in quanto, come affermato in precedenza, non esiste un metodo universalmente accettato per misurare la volatilità nei mercati finanziari. Si giunse alla pubblicazione del primo indice di volatilità, con dati aggiornati in tempo reale, nel 1993. Tale indice prese il nome di *CBOE Volatility Index* (VIX).

L'introduzione dell'indice VIX da parte della CBOE vide il fondamentale apporto di Robert Whaley della *Vanderbilt University*. Come sottolineato dallo stesso autore esso fu introdotto con due scopi ben precisi. In primo luogo il VIX doveva fungere da benchmark di riferimento per la volatilità attesa di breve periodo del mercato azionario statunitense. Il VIX fu costruito infatti con l'obiettivo di rappresentare la volatilità attesa (annualizzata) del mercato statunitense nei successivi 30 giorni di calendario<sup>4</sup>, estrapolandola in tempo reale dal prezzo delle opzioni call e put sullo S&P 100<sup>5</sup>. Introdurre un indice atto a rappresentare la volatilità in tempo reale significa apportare un beneficio sia agli investitori che agli accademici. Gli investitori necessitano un costante monitoraggio della volatilità attesa per prendere decisioni ottimali di *asset allocation*. Gli accademici sono invece interessati allo studio delle caratteristiche e dei pattern di tale fenomeno. In secondo luogo l'introduzione del VIX doveva consentire la costruzione di contratti derivati *VIX-related*. Tuttavia la modalità di calcolo del VIX originariamente prescelta non poggiava su solide basi teoriche. Ciò ha ostacolato l'introduzione di strumenti derivati *VIX-related*, la cui introduzione fu difatti posticipata al momento della prima e decisiva revisione della modalità di calcolo.

Il VIX originario (diffuso tuttora con il *ticker* VXO) utilizzava come base di calcolo la volatilità implicita delle opzioni sullo S&P 100 (*OEX index options*). Furono scelte tali opzioni in quanto costituivano circa il 75% del volume totale di trading delle *index options* nel 1992 (Whaley 1993). Tale scelta fu assolutamente razionale in quanto è necessario che nel background sia presente un mercato delle opzioni profondo, spesso ed attivo per costruire un efficace indice di volatilità.

Inoltre il VXO prendeva a riferimento esclusivamente 8 opzioni *call* e *put*<sup>6</sup>, per di più tutte *at-the-money*. Sebbene tali opzioni fossero le più scambiate, la scelta di un numero ristretto di opzioni dotava l'indice di una rappresentatività approssimativa della volatilità, oltre a rendere l'indice maggiormente soggetto a potenziali manipolazioni.

---

<sup>4</sup> Il VIX originario (*ticker*: VXO), come successivamente riportato, faceva riferimento ad un orizzonte temporale pari a 22 giorni di trading, grazie alla *trading-day conversion*.

<sup>5</sup> Il VIX attuale utilizza come parametro di riferimento le opzioni call e put sullo S&P 500.

<sup>6</sup> 4 opzioni call e 4 opzioni put.

L'extrapolazione della volatilità implicita dalle opzioni prescelte si basava sul framework di Black e Scholes (1973)<sup>7</sup> e utilizzava una *trading-day conversion*. Quest'ultima era fortemente criticata dagli accademici per il suo *upward bias* (Carr e Wu 2006).

Tale metodologia di calcolo fu mantenuta dalla CBOE fino al 22 settembre 2003 quando, in collaborazione con Goldman Sachs, iniziò a diffondere l'attuale CBOE *Volatility Index*.

Il VIX vide tre fondamentali modifiche. Innanzitutto si iniziarono ad utilizzare le opzioni sullo S&P 500 (*SPX index options*). Ciò è conseguenza diretta del mutamento della struttura del mercato delle opzioni statunitense, i cui volumi di trading vennero dirottati nel corso del tempo in modo pressoché esclusivo sulle *SPX index options*. Inoltre si iniziarono ad utilizzare un numero elevato di opzioni *out-of-the-money* con *strike prices* che coprivano un ampio range dei possibili risultati a scadenza del sottostante. L'utilizzo di tale logica del portafoglio di replicazione che utilizza l'intero *set* di opzioni *plain vanilla out-of-the-money*<sup>8</sup> rende il VIX una misura di volatilità implicita *model-free*, dotandolo in tal modo di solide basi teoriche. Oltretutto, l'utilizzo di un numero elevato di opzioni rende la possibilità di manipolazione dell'indice<sup>9</sup> più remota. Infine venne eliminato l'*upward bias* correlato alla *trading-day conversion*.

Ora il VIX mira a rappresentare la volatilità del mercato statunitense nei successivi 30 giorni di calendario utilizzando una *365 day-counting convention*. Il VIX può dunque essere interpretato come un'approssimazione della speranza matematica sotto la probabilità neutrale al rischio della volatilità dello S&P 500 nei successivi 30 giorni di calendario (Asensio 2013, Carr e Wu 2006):

*Formula 1 – Il VIX come approssimazione della speranza sotto la probabilità neutrale al rischio della volatilità sullo S&P 500*

$$\sigma_t^{VIX} \cong E_t^Q[\sigma_{SPX\ t \rightarrow t+1}]$$

dove  $\sigma_t^{VIX}$  è il valore del VIX espresso in termini di deviazione standard annualizzata, mentre  $\sigma_{SPX}$  è la volatilità realizzata sullo S&P 500, anch'essa espressa in termini di deviazione standard annualizzata.

Le opzioni che vengono considerate in tale metodologia di calcolo sono *near-term* e *next-term call* e *put*, con una maturity non inferiore ai 23 giorni e non superiore ai 37 giorni. Tali opzioni vengono scelte dalle standard *SPX index options* che scadono normalmente il terzo venerdì del mese (con A.M. *settlement*) e, a partire dal 2014, dalle *SPX weeklys* che hanno scadenza ogni venerdì (con P.M. *settlement*), ad eccezione del terzo venerdì del mese<sup>10</sup>. Una volta a settimana viene effettuato automaticamente il *roll* delle *SPX index options* a favore di nuove *maturities* contrattuali.

La formula generale per il calcolo del VIX è fornita combinando la Formula 2 e la Formula 3.

*Formula 2 - Calcolo della varianza di portafoglio delle SPX index options. Formula generale utilizzata per il calcolo del VIX.*

$$\sigma^2 = \frac{2}{T} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT} Q(K_i) - \frac{1}{T} \left[ \frac{F}{K_0} - 1 \right]^2$$

<sup>7</sup> Dato che le OEX index options sono opzioni di tipo americano, il problema della valutazione delle opzioni è analiticamente intrattabile. A tale scopo fu necessaria l'approssimazione fornita da Cox, Ross e Rubinstein (1979), la quale si basa sul modello binomiale cash-dividend adjusted.

<sup>8</sup> Le quali rispettano particolari regole di inclusione. In particolare il criterio che determina la fine della sequenza di opzioni considerate nella formulazione è dato dal manifestarsi di due bid price nulli consecutivamente. Qualora vi fossero opzioni con prezzo positivo seguenti il doppio bid price nullo, non verrebbero comunque incluse nel calcolo del VIX. Per ulteriori informazioni si veda il White Paper sul VIX disponibile presso il sito web della CBOE [www.cboe.com/micro/vix/vixwhite.pdf](http://www.cboe.com/micro/vix/vixwhite.pdf)

<sup>9</sup> Fenomeno noto in materia come *carpet bombing*.

<sup>10</sup> Queste ultime contribuiscono a fornire una maggiore precisione al mantenimento di un orizzonte temporale target di 30 giorni di calendario.

La Formula 1 si struttura come una media ponderata delle SPX *index options out-of-the money*, dove  $\sigma^2$  è la varianza del portafoglio costruito con le SPX index options; T è il tempo mancante all'*expiration (time to maturity)*; F è il livello *forward* dell'indice ricavato dal prezzo delle opzioni<sup>11</sup>;  $K_0$  è il primo *strike price* inferiore al valore forward dell'indice (F);  $K_i$  è lo *strike price* dell'i-esima SPX *index option out-of-the-money*<sup>12</sup>;  $\Delta K_i$  è l'intervallo tra *strike prices*, definito come la metà della differenza tra *strike prices* da entrambe le parti di  $K_i$ <sup>13</sup>; R è il tasso risk free fino all'*expiration*<sup>14</sup> e  $Q(K_i)$  è il punto medio del *bid-ask spread* dell'i-esima opzione.

La CBOE utilizza la formula generale del VIX per calcolare il  $\sigma^2$  delle opzioni *near-term* ( $\sigma_1^2$ ) e *next-term* ( $\sigma_2^2$ ) con *maturity* rispettivamente pari a  $T_1$  e  $T_2$ . Successivamente, attraverso un'interpolazione lineare si ottiene il definitivo valore del VIX, come illustrato dalla Formula 3:

Formula 3 - Interpolazione delle  $\sigma^2$  per il calcolo finale del VIX

$$VIX = 100 \times \sqrt{\left\{ T_1 \sigma_1^2 \times \left[ \frac{N_{T_2} - N_{30}}{N_{T_2} - N_{T_1}} \right] + T_2 \sigma_2^2 \times \left[ \frac{N_{30} - N_{T_1}}{N_{T_2} - N_{T_1}} \right] \right\} \times \frac{N_{365}}{N_{30}}}$$

Dove  $N_{T_1}$  è il numero di minuti mancanti al *settlement* delle opzioni *near-term*;  $N_{T_2}$  è il numero di minuti mancanti al *settlement* delle opzioni *next-term*;  $N_{30}$  è il numero di minuti totali in 30 giorni e  $N_{365}$  è il numero di minuti totali in 365 giorni.

Esprimere il valore del VIX in termini di deviazione standard è preferibile in quanto è dotato della stessa unità di misura dei rendimenti ed è dunque di più facile interpretazione per gli investitori e per gli accademici.

Infine è importante sottolineare come tale formulazione non consenta un'effettiva replicazione dell'indice VIX spot. La replicazione esclusivamente teorica deriva dall'elevato numero di opzioni incluse, dall'ipotetica negoziazione delle stesse opzioni al punto medio del bid-ask spread, dal ribilanciamento in tempo reale del portafoglio<sup>15</sup> e del payoff non lineare. Gli investitori possono dunque prendere posizione sul VIX esclusivamente attraverso strumenti derivati, costruiti sul sottostante indice VIX spot. Ciò implica una subordinazione del trading sul VIX alle caratteristiche che tali prodotti incorporano.

## Le proprietà dell'indice VIX

L'attuale modalità di calcolo dell'indice VIX fornisce la stima, effettuata dallo stesso mercato, della volatilità attesa sull'indice S&P 500, utilizzando un orizzonte temporale di riferimento pari a 30 giorni di calendario. Per tale motivo gli accademici hanno studiato sin dall'origine la relazione che lega il VIX allo S&P 500. Nella letteratura in materia risulta ormai appurata la correlazione negativa esistente tra i due indici. La classica spiegazione fornita dagli studiosi in materia per tale relazione inversa si basa sul mercato delle opzioni sottostante<sup>16</sup>. In corrispondenza di un'attesa riduzione del mercato azionario, gli investitori incrementano il flusso di ordini in acquisto di opzioni put, causando

<sup>11</sup>  $F = \text{Strike price} + e^{RT} \times (\text{Call price} - \text{Put price})$ . Per identificare quali opzioni utilizzare è sufficiente identificare a quale *strike price* la differenza in valore assoluto tra prezzo della call e prezzo della put risulta minore.

<sup>12</sup> Si fa riferimento ad un'opzione call se  $K_i > K_0$  e ad un'opzione put se  $K_i < K_0$ .

<sup>13</sup>  $\Delta K_i = (K_{i+1} - K_{i-1})/2$ .

<sup>14</sup> Esso viene ricavato dal rendimento dei Treasury-Bills statunitensi con *maturity* prossima all'*expiration date* delle SPX index options utilizzando un'interpolazione spline. Per tale motivo nel calcolo del VIX possono essere utilizzati diversi tassi risk-free a seconda che si tratti di un'opzione *near-term* o *next-term*.

<sup>15</sup> Ciò causerebbe il sostenimento di costi di transazione insostenibili per gli intermediari finanziari. L'esatta combinazione di opzioni cambia in relazione al valore del sottostante in quanto le opzioni *in-the-money* non vengono utilizzate nella formula di calcolo.

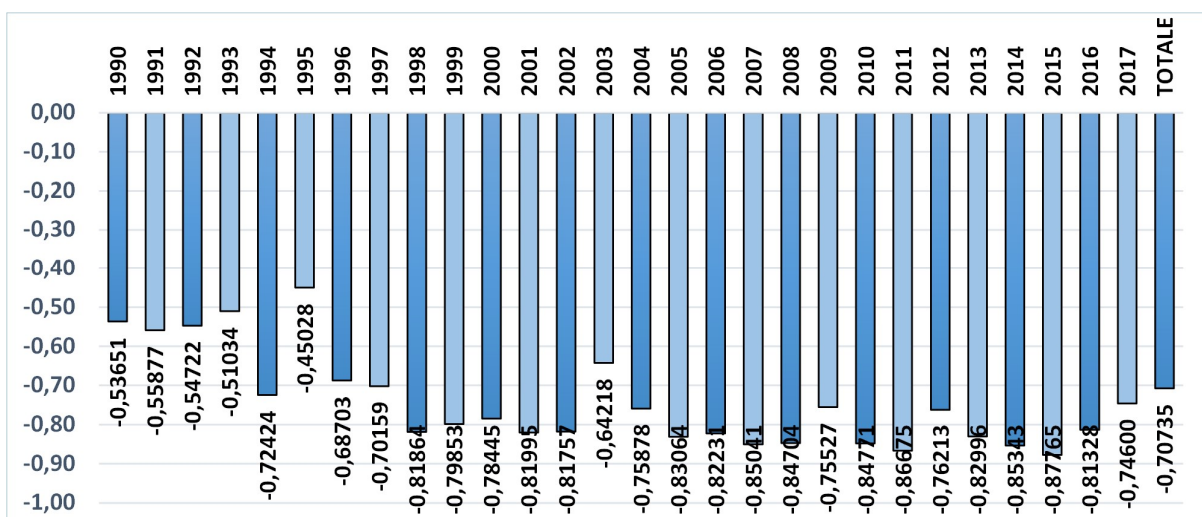
<sup>16</sup> La modalità di calcolo del VIX si basa sull'utilizzo di un set di opzioni sullo S&P 500 che coprono un'ampia serie di *strike prices*, per tale motivo una relazione inversa esiste per costruzione (Asensio 2013).

uno squilibrio tra domanda e offerta. Ciò si traduce in un incremento del prezzo delle opzioni e, di conseguenza, della volatilità implicita (Whaley 2009). Contemporaneamente, qualora la volatilità attesa del mercato azionario aumentasse, gli investitori richiederebbero un maggior rendimento, causando una diminuzione dei prezzi azionari.

In una fase di mercato rialzista raramente si assiste ad un proporzionale aumento del flusso di ordini in acquisto di opzioni call. In tal caso vige una sorta di disequilibrio meno accentuato rispetto alla situazione precedentemente descritta.

La Figura 1 evidenzia la relazione inversa tra VIX e S&P 500 a partire dal 1990, data dalla quale sono disponibili i valori ufficiali dell'indice VIX calcolato secondo l'attuale formulazione.

Figura 1 – Correlazione tra VIX e S&P 500 (1990-2017)



La correlazione giornaliera dei rendimenti dei due indici varia da un minimo di -0,45028 (1995) ad un massimo di -0,87765 (2015)<sup>17</sup>. A partire dagli anni 2000, fatta eccezione per l'anno 2003, la correlazione giornaliera tra rendimenti del VIX e dello S&P 500 si è assestata stabilmente ad un valore inferiore a -0,70. La correlazione fra i due indici può dunque essere interpretata come stabile e significativamente negativa<sup>18</sup>.

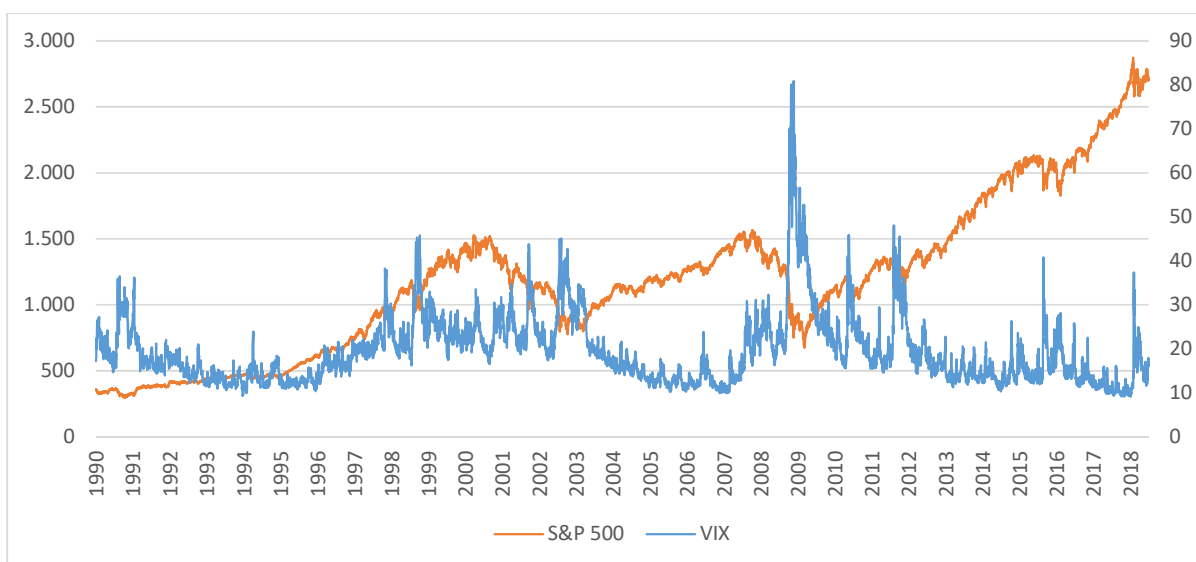
In secondo luogo è importante sottolineare come la relazione tra VIX e S&P 500 non sia simmetrica. Ciò significa che il VIX non ha un proporzionale andamento opposto rispetto allo S&P 500<sup>19</sup>. Tale pattern è facilmente individuabile graficamente. La Figura 2 pone a confronto l'andamento del VIX e dello S&P 500 dal 1990 al 2018.

<sup>17</sup> Interpretando i dati in valore assoluto.

<sup>18</sup> Una correlazione ampiamente negativa e stabile suggerisce un potenziale beneficio in termini di diversificazione di portafoglio. Tuttavia tale aspetto richiede un'analisi attenta delle caratteristiche degli strumenti VIX-related che consentono l'apertura di una posizione sul VIX.

<sup>19</sup> Whaley (2009) attraverso una regressione multipla per il periodo 1990-2008 evidenzia una tendenza del VIX ad incrementare di circa 450 basis points in corrispondenza di una correzione dello S&P 500 pari a 100 basis points; viceversa in caso di uno speculare aumento dello S&P 500 pari a 100 basis points il VIX tende a diminuire di circa 300 basis points.

Figura 2 – VIX e S&P 500 (2 gennaio 1990 – 29 giugno 2018)



Graficamente è possibile osservare come il VIX tenda ad effettuare gli ‘*spikes* di volatilità’ in corrispondenza di importanti correzioni dello S&P 500 o in situazioni di particolare tensione. Per tale motivo valori estremamente elevati del VIX vengono associati ad una situazione di timore e diffuso nervosismo sui mercati finanziari, mentre valori estremamente bassi del VIX vengono associati ad una situazione di relativa calma e indifferenza (Cipollini e Manzini 2007). Tale affermazione spiega la ragione per cui l’informazione finanziaria faccia riferimento al VIX soprattutto in condizioni di mercato avverse, utilizzando l’appellativo di *Investor Fear Gauge*.

Analizzando il grafico del VIX riportato nella Figura 2, è possibile osservare come in seguito agli *spikes* di volatilità esso tenda in modo più o meno repentino a decrescere, assestandosi su valori definibili maggiormente ‘normali’. Ciò deriva dalla forte evidenza empirica di *mean-reversion* che segue la volatilità. In altri termini, quando vengono raggiunti valori estremamente elevati, il VIX tende in un orizzonte temporale variabile a decrescere verso il valore medio di lungo periodo. Tale processo crea negli investitori determinate aspettative che si riflettono in maniera evidente sugli strumenti derivati che insistono sul VIX<sup>20</sup>.

Per poter esprimere una valutazione sul ‘normale comportamento’ del VIX<sup>21</sup> è quindi essenziale osservare il suo andamento storico. Uno dei benefici che deriva dall’aver a disposizione un indice calcolato in tempo reale consiste nella possibilità di comparare il livello corrente del VIX a livelli storici significativi che fungono da benchmark. La ricostruzione dei valori dell’indice VIX fino al 1990, calcolato secondo la nuova formulazione, favorisce tale comparazione grazie alla disponibilità di un orizzonte temporale maggiormente significativo.

La Tabella 1 riporta i percentili della distribuzione del VIX, il valore minimo, il valore massimo e il valore medio per il periodo che va dal 1990 al 2018. I dati prendono in considerazione il prezzo di chiusura giornaliero del VIX e sono stati presentati sia su base annua che su base complessiva.

I percentili della distribuzione dell’indice VIX forniscono un’idea della ‘normalità’ o ‘anormalità’ del comportamento del VIX. In particolare essi, oltre a segnalare dei valori quantitativi significativi della distribuzione del VIX, offrono un’informazione essenziale sull’eccezionalità dell’evento in base al superamento di determinate soglie e alla persistenza dell’indice al di sopra o al di sotto di tali valori.

<sup>20</sup> Si fa riferimento principalmente alla term structure dei futures sul VIX.

<sup>21</sup> Whaley (2009) fa riferimento al «VIX normal range».

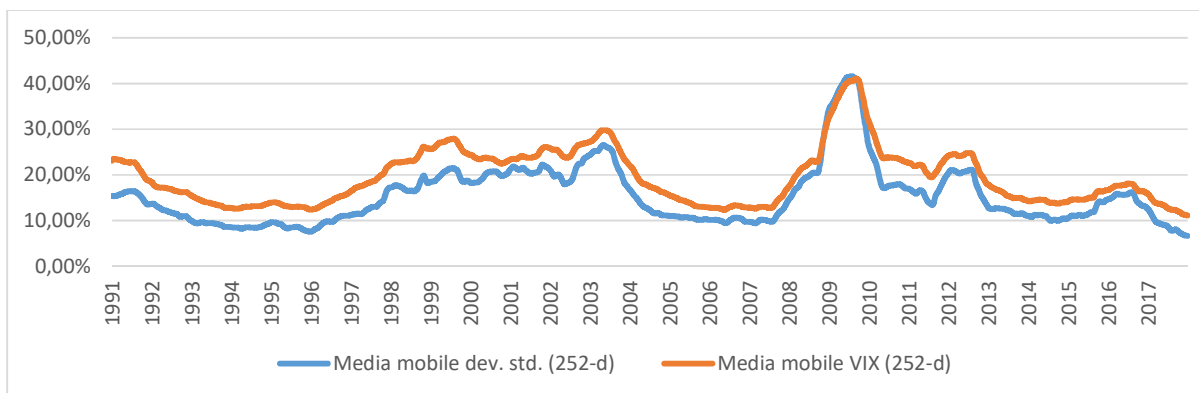
Tabella 1 - Percentili di distribuzione del VIX e media

VIX														
Anno	N. Oss.	MIN	5%	10%	15%	20%	25%	50%	75%	90%	95%	99%	MAX	MEDIA
1990	253	14,72	16,52	17,18	17,61	18,47	19,36	22,57	27,16	29,88	30,77	33,95	36,47	23,06
1991	252	13,95	14,92	15,45	15,59	15,77	16,02	17,43	19,73	22,25	25,12	33,25	36,20	18,37
1992	254	11,51	12,32	12,62	13,14	13,48	13,71	15,36	16,84	18,40	18,96	20,08	21,02	15,45
1993	253	9,31	10,89	11,21	11,36	11,54	11,71	12,43	13,56	14,51	14,99	15,90	17,30	12,69
1994	252	9,94	11,16	11,39	11,65	11,89	12,12	13,86	15,48	16,60	16,99	18,50	23,87	13,93
1995	252	10,36	11,12	11,25	11,40	11,51	11,63	12,30	12,96	13,65	14,24	14,91	15,74	12,39
1996	254	12,00	13,42	14,13	14,69	14,97	15,20	16,25	17,46	19,03	20,10	21,25	21,99	16,44
1997	251	17,09	18,58	19,02	19,27	19,47	19,73	20,95	23,80	27,92	31,84	36,64	38,20	22,36
1998	252	16,23	18,28	18,99	19,62	20,18	20,52	23,15	28,71	36,62	40,34	44,00	45,74	25,60
1999	252	17,42	20,12	21,09	21,66	21,91	22,30	24,11	26,20	28,35	29,66	31,24	32,98	24,37
2000	252	16,53	17,94	18,95	19,58	20,03	20,73	23,24	25,91	27,69	28,82	31,19	33,49	23,32
2001	248	18,76	20,15	20,74	21,46	21,81	22,11	24,26	28,61	32,27	34,91	41,20	43,74	25,75
2002	252	17,40	18,45	19,30	19,95	20,39	21,15	26,39	32,43	37,33	39,68	42,38	45,08	27,29
2003	252	15,58	16,48	16,82	17,51	17,76	18,30	19,86	24,94	31,25	32,27	34,00	34,69	21,98
2004	252	11,23	12,70	13,09	13,37	13,92	14,30	15,33	16,55	18,13	18,91	20,67	21,58	15,48
2005	252	10,23	10,79	11,10	11,29	11,52	11,68	12,52	13,64	14,84	15,59	16,71	17,74	12,81
2006	251	9,90	10,55	10,79	11,09	11,19	11,36	12,00	13,62	16,21	17,73	19,81	23,81	12,81
2007	251	9,89	10,37	11,10	12,11	12,83	13,13	16,43	21,66	25,25	26,49	30,33	31,09	17,54
2008	253	16,30	18,61	19,66	20,36	21,04	21,58	25,10	40,00	60,86	67,70	76,60	80,86	32,69
2009	252	19,47	21,14	22,11	22,96	23,57	24,28	28,57	39,31	45,43	47,41	51,79	56,65	31,48
2010	252	15,45	16,47	17,29	17,59	17,91	18,34	21,72	25,20	29,63	33,71	39,19	45,79	22,55
2011	252	14,62	15,82	16,06	16,57	17,07	17,40	20,72	31,57	36,20	39,01	43,02	48,00	24,20
2012	250	13,45	14,42	15,04	15,29	15,56	15,75	17,52	19,05	21,49	22,30	24,89	26,66	17,80
2013	252	11,30	12,31	12,53	12,68	12,82	12,98	13,75	14,98	16,64	17,37	19,85	20,49	14,23
2014	252	10,32	11,35	11,65	11,97	12,13	12,35	13,67	15,10	17,23	19,31	24,09	26,25	14,18
2015	252	11,95	12,40	12,75	13,11	13,39	13,78	15,32	18,34	22,44	25,81	30,85	40,74	16,67
2016	252	11,27	11,76	12,15	12,44	12,83	13,10	14,31	17,39	22,29	24,61	27,01	28,14	15,83
2017	251	9,14	9,54	9,73	9,89	9,97	10,10	10,85	11,65	12,54	14,21	15,68	16,04	11,09
<b>TOTALE</b>	<b>7053</b>	<b>9,14</b>	<b>11,24</b>	<b>11,87</b>	<b>12,46</b>	<b>13,05</b>	<b>13,66</b>	<b>17,49</b>	<b>22,79</b>	<b>28,69</b>	<b>33,38</b>	<b>46,69</b>	<b>80,86</b>	<b>19,37</b>

Inoltre, analizzando i percentili calcolati su base annuale del VIX, è intelligibile un altro fenomeno empirico che caratterizza la volatilità: il *volatility clustering*. In altri termini, è possibile osservare un'alternanza quasi ciclica tra fasi di mercato caratterizzate da bassa volatilità e fasi di mercato caratterizzate da accentuata volatilità.

Un ulteriore *pattern* significativo deriva dal confronto tra il VIX e la volatilità storica<sup>22</sup>. Ponendo in relazione la media mobile a 252 giorni del VIX e della deviazione standard (con un orizzonte di calcolo pari a 21 giorni di *trading*) è possibile notare come il VIX tenda a negoziare sistematicamente a premio rispetto alla volatilità storica. Tale differenziale, denominato 'VIX premium', tende ad assottigliarsi in fasi di mercato caratterizzate da nervosismo e ad ampliarsi in fasi di relativa calma sui mercati finanziari (Figura 3).

Figura 3 – Il confronto tra VIX e volatilità storica attraverso la media mobile a 252 giorni



<sup>22</sup> Sullo S&P 500, ovviamente.



Il differenziale misurato dal VIX premium può influenzare l'operatività degli investitori.

Infine, la particolare modalità di calcolo utilizzata dal VIX ha ampliato gli studi<sup>23</sup> sul potenziale potere predittivo dell'indice e della volatilità implicita. L'attenzione riposta dalla letteratura in materia verso tale attributo del VIX e della volatilità implicita deriva dalla loro natura endogena che le promuove a misure *forward looking*. Esse inoltre riflettono le aspettative del mercato e non derivano da un modello statistico-econometrico o dai rendimenti storici. Tuttavia, gli studi evidenziano risultati empirici contrastanti, risultando difficile individuare una misura che meglio si presta a prevedere la volatilità futura del mercato di riferimento.

### **Gli altri indici di volatilità sullo S&P 500**

La CBOE ha introdotto altri *volatility indexes* sullo Standard & Poor's 500, utilizzando diversi orizzonti temporali. Essi sono:

- il CBOE S&P 500 9-Day Volatility Index (VIX9D);
- il CBOE 3-Month Volatility Index (VIX3M);
- il CBOE S&P 500 6-Month Volatility Index (VIX6M);
- il CBOE 1-Year Volatility Index (VIX1Y).

Tali indici consentono di esprimere delle considerazioni sulla *term structure* della volatilità implicita e possono essere utilizzati come indicatori segnaletici alla base di diverse strategie di trading.

Il CBOE S&P 500 9-Day Volatility Index fa riferimento ad un orizzonte temporale fisso pari a 9 giorni. La metodologia di calcolo è equivalente a quella utilizzata dal VIX, con l'unica eccezione derivante dalla scelta della maturity delle opzioni (non inferiore ad 1 giorno). Esso è stato ideato con l'intento di fornire una stima della volatilità attesa del mercato in un brevissimo orizzonte temporale.

Il CBOE 3-Month Volatility Index fa riferimento ad un orizzonte temporale fisso pari a 3 mesi, utilizzando la stessa metodologia di calcolo del VIX. Una differenza sostanziale rispetto al VIX è che il CBOE 3-Month Volatility Index utilizza più di due *expiration dates*.

Il CBOE S&P 500 6-Month Volatility Index si basa su un orizzonte temporale fisso pari a 6 mesi e viene calcolato con la stessa metodologia del CBOE 3-Month Volatility Index, includendo ovviamente opzioni con *maturity* diversa.

L'ultimo indice ad essere stato introdotto dalla CBOE in ordine cronologico (17 aprile 2018) è il CBOE 1-Year Volatility Index, il quale riflette un orizzonte temporale fisso pari a 366 giorni. Esso fornisce la possibilità di monitorare in tempo reale le aspettative del mercato sulla volatilità a lungo termine dello S&P 500. La CBOE sta esplorando la possibilità di introdurre un contratto future su tale indice. L'obiettivo a lungo termine della CBOE va ricercato, oltre che nell'offerta di indici che consentono agli investitori un monitoraggio in tempo reale della volatilità con diversi orizzonti temporali di riferimento, nella possibilità di fornire adeguati strumenti di *trading* basati su tali indici.

### **La volatilità come *asset class*: i prodotti *VIX-based***

Sin dal momento dell'introduzione dei primi rudimentali indici di volatilità negli anni '70, si cominciò a diffondere l'idea di poter introdurre degli strumenti derivati *volatility-related*. L'obiettivo principale consisteva nel rendere il trading sulla volatilità semplice da gestire, trasparente ed accessibile. La pura esposizione alla volatilità è una pratica tutt'altro che di recente formazione, ma all'origine veniva richiesto l'utilizzo di complesse combinazioni di opzioni oppure di altri strumenti derivati poco

---

<sup>23</sup> (Bongiovanni, De Vincentiis e Isaia 2016; Chang, Christoffersen, Jacobs e Vainberg 2013; De Miguel, Plyakha, Uppal e Vilkov 2013; Cipollini e Manzini 2007; Becker, Clements e White 2006; Corrado e Miller 2005; Fleming 1998; Christensen e Prabhala 1998; Canina e Figlewski 1993)

trasparenti (come i *variance swaps* e i *volatility swaps* negoziati nei mercati *Over The Counter*). Ciò rendeva il trading sulla volatilità di competenza esclusiva dei traders maggiormente esperti.

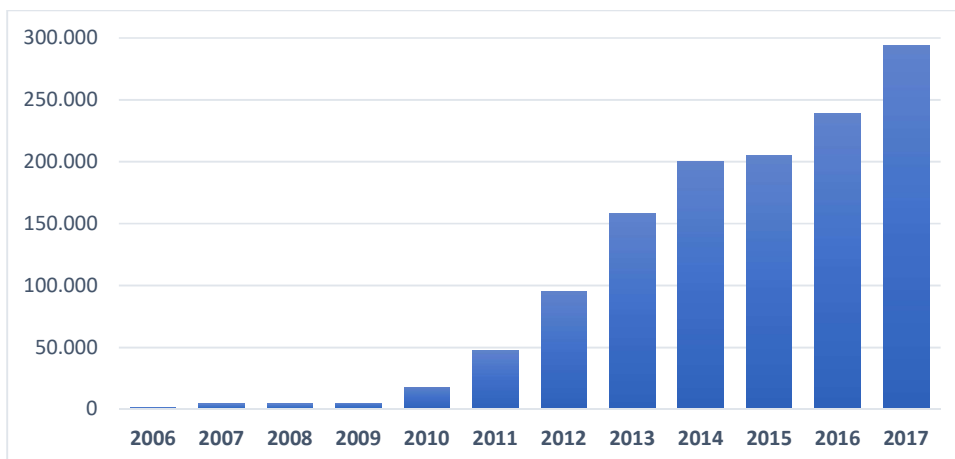
L'esigenza di rendere accessibile ad un'ampia platea il *volatility trading* deriva dal fatto che la volatilità è dotata di *pattern* unici che attraggono gli investitori. In particolare, la documentata e consolidata correlazione negativa esistente tra l'indice VIX e lo S&P 500 genera un potenziale beneficio in termini di diversificazione del portafoglio. Inoltre, la presenza di asimmetria positiva dei rendimenti, in caso di correzione al ribasso del mercato finanziario (*spike di volatilità*), ha contribuito a generare una crescente attenzione del mondo finanziario in riferimento a tale tematica.

Tuttavia, come è stato precedentemente evidenziato, l'indice VIX non è né un asset negoziabile né un asset replicabile in termini pratici (e non meramente teorici). Ciò implica una subordinazione del trading sulla volatilità alle caratteristiche che gli strumenti *VIX-related* incorporano, dato che possono registrare un trend significativamente diverso rispetto all'indice sottostante. La semplificazione di un trading tipicamente complesso, come il *volatility trading*, porta con sé problematiche di educazione finanziaria. Gli investitori retail spesso non dispongono di risorse sufficienti per comprendere a fondo il rischio che essi stanno per assumere (Alexander e Korovilas 2013). Gli stessi strumenti derivati sono asset finanziari le cui peculiari caratteristiche li rendono di difficile comprensione rispetto agli asset tradizionalmente negoziati dagli investitori retail (obbligazioni e azioni). La complessità aumenta prendendo a riferimento la volatilità, *asset class* alternativa e dalle caratteristiche distintive. A tale scopo, i seguenti paragrafi sono volti ad illustrare in modo dettagliato le caratteristiche che contraddistinguono gli strumenti finanziari *VIX-related*.

## I futures sul VIX

I primi strumenti che consentirono di ottenere un'esposizione sul VIX furono i *VIX futures*, diffusi a partire dal 26 marzo 2004 dalla CBOE Future Exchange (CFE). La loro introduzione è stata facilitata dalla revisione della modalità di calcolo del VIX, avvenuta nel 2003. Tale prodotto ebbe sin da subito un rilevante successo, tanto che nel dicembre del 2004 vinse il premio per il “*Most Innovative Index Derivative Product*” al *Super Bowl of Indexing Conference*. Lo sviluppo in termini di volumi di trading è costante e deciso, come evidenzia la Figura 4.

Figura 4 – Volume medio giornaliero dei futures sul VIX. Fonte: CBOE



Il recente *flash crash* di febbraio 2018 ha fatto registrare nuovi record storici in termini di volume giornaliero di trading. Il 5 febbraio 2018 sono stati negoziati 1,34 milioni di contratti future sul VIX, mentre il 6 febbraio il volume giornaliero ha toccato l'apice, con un numero di contratti negoziati pari a 1,46 milioni.

I VIX *future* sono essenzialmente dei contratti forward sulla volatilità implicita futura (Asensio 2013). Il prezzo corrente dei VIX futures rappresenta dunque il prezzo di *consensus* della volatilità implicita attesa a 30 giorni stimata prendendo a riferimento un preciso istante futuro, pari all'*expiration date* del *future* stesso<sup>24</sup>. Ciò significa che mentre il VIX è una stima della futura volatilità realizzata sullo S&P 500 con un orizzonte temporale fisso pari a 30 giorni, all'epoca attuale il prezzo del VIX future corrisponde a una stima del valore del VIX alla data di scadenza del contratto *future* (Formola 4):

Formola 4 – Il prezzo del future sul VIX come stima del valore del VIX alla data di scadenza del contratto future

$$F^{VIX}_{t;j \rightarrow j+1} = E_t^Q [\sigma^{VIX}_{j \rightarrow j+1}]$$

dove F rappresenta il prezzo del VIX future all'epoca t, calcolato come la speranza matematica sotto la probabilità neutrale al rischio all'epoca t del valore del VIX alla data di scadenza del contratto future (j). Tale relazione può essere espressa in modo esteso nei seguenti termini (Formola 5):

Formola 5 – Il prezzo del future sul VIX come la stima della speranza matematica sotto la probabilità neutrale al rischio della volatilità sullo S&P 500

$$F^{VIX}_{t;j \rightarrow j+1} = E_t^Q [E_j^Q [\sigma_{SPX}_{j \rightarrow j+1}]]$$

dove F viene calcolato come la speranza matematica all'epoca t della speranza matematica all'epoca j della volatilità realizzata sullo S&P 500 nel periodo intercorrente tra la data j e j+1<sup>25</sup>. Tale relazione aiuta a comprendere la tipica conformazione della *term structure* dei prezzi dei VIX futures, illustrata nel paragrafo seguente.

La relazione tra VIX future e VIX è ulteriormente complicata dal fatto che il prezzo del VIX *future* non può essere rappresentato attraverso la formulazione chiusa derivante dal classico modello del *cost of carry*.

Oltre a ciò, i prezzi dei *futures* sul VIX evidenziano una significativa tendenza nel compiere overnight *jumps* nella data di *settlement* del contratto. Ciò è causato essenzialmente da due fattori.

*In primis* la particolare modalità di *settlement* dei VIX future, disciplinata dalla *Special Opening Quotation procedure (SOQ procedure)*. Il valore viene estrapolato dai prezzi di apertura delle opzioni utilizzate per il calcolo del VIX, attraverso un meccanismo d'asta automatico denominato *Hybrid Opening System (HOSS)*. La considerazione dei prezzi di apertura rispetto al punto medio del *bid-ask spread* (parametro di riferimento nel calcolo dell'indice) può portare a disparità significative tra prezzo di chiusura e prezzo di *settlement*. In secondo luogo, la volatilità dell'indice VIX è molto consistente. Ciò può tradursi in un *overnight jump* positivo per l'investitore, ma anche profondamente negativo.

La Tabella 2 riporta gli *overnight jumps* dei VIX futures del 2017 e del 2018 rispetto al valore di chiusura del contratto future il giorno precedente e rispetto al VIX *spot*.

<sup>24</sup> Fishback afferma: «If they understand what the bet is, then they can trade it intelligently, realizing you're not trading something based on the VIX itself. You're trading based on current expectations of what the VIX will be at some point in the future».

Fonte: Coleman M., *Hedging The Unexpected: Funds Try Mimicking The VIX*, www.etf.com, 23 gennaio 2009 <https://www.etf.com/sections/features/5285-are-new-volatility-funds-for-you.html?nopaging=1>

<sup>25</sup> Tale orizzonte temporale ha sempre una lunghezza fissa pari a 1 mese (30 giorni di calendario).

Tabella 2 – La differenza tra prezzo di chiusura e prezzo di settlement nei futures sul VIX (gennaio 2017 – giugno 2018)

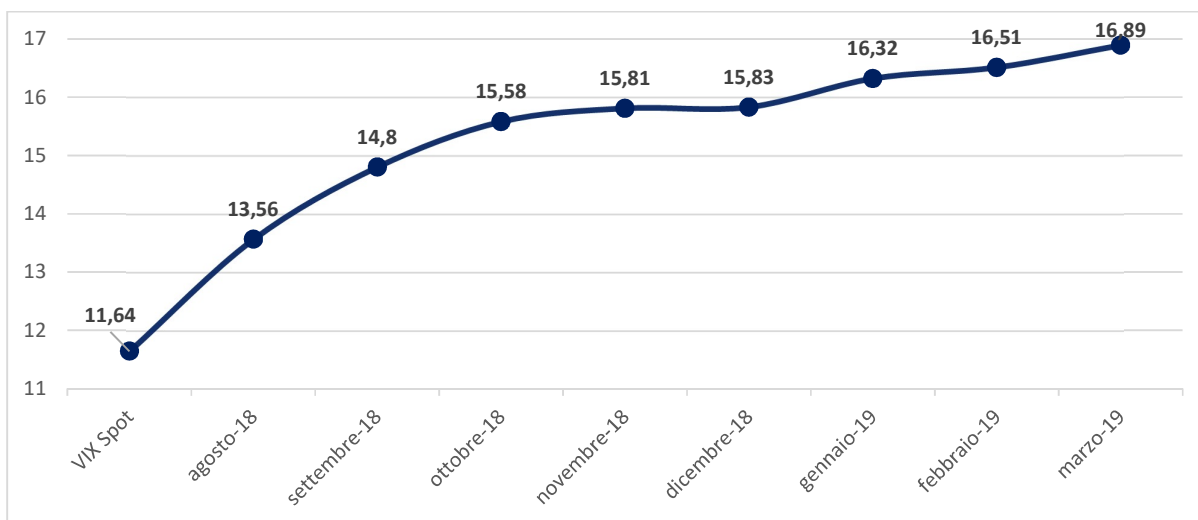
Data di settlement	Mese di settlement	VIX future settlement	VIX future close	Index close	Settlement - Index		Settlement - Future	
18/01/2017	Gennaio	12,52	12,20	11,87	0,65	5,48%	0,32	2,62%
15/02/2017	Febbraio	12,26	11,10	10,74	1,52	14,15%	1,16	10,45%
22/03/2017	Marzo	12,74	12,18	12,47	0,27	2,17%	0,56	4,60%
19/04/2017	Aprile	14,37	14,70	14,42	-0,05	-0,35%	-0,33	-2,24%
17/05/2017	Maggio	12,98	11,10	10,65	2,33	21,88%	1,88	16,94%
21/06/2017	Giugno	10,71	11,15	10,86	-0,15	-1,38%	-0,44	-3,95%
19/07/2017	Luglio	10,11	10,15	9,89	0,22	2,22%	-0,04	-0,39%
16/08/2017	Agosto	12,95	12,32	12,04	0,91	7,56%	0,63	5,11%
20/09/2017	Settembre	9,87	10,82	10,18	-0,31	-3,05%	-0,95	-8,78%
18/10/2017	Ottobre	10,53	10,38	10,31	0,22	2,13%	0,15	1,45%
15/11/2017	Novembre	13,79	12,02	11,59	2,20	18,98%	1,77	14,73%
20/12/2017	Dicembre	8,75	10,05	10,03	-1,28	-12,76%	-1,30	-12,94%
17/01/2018	Gennaio	12,61	11,77	11,66	0,95	8,15%	0,84	7,14%
14/02/2018	Febbraio	21,87	25,23	24,97	-3,10	-12,41%	-3,36	-13,32%
21/03/2018	Marzo	17,76	18,45	18,20	-0,44	-2,42%	-0,69	-3,74%
18/04/2018	Aprile	17,26	15,40	15,25	2,01	13,18%	1,86	12,08%
16/05/2018	Maggio	13,79	14,86	14,63	-0,84	-5,74%	-1,07	-7,20%
20/06/2018	Giugno	12,27	13,65	13,35	-1,08	-8,09%	-1,38	-10,11%

In numerose occasioni l'*overnight jump* è risultato superiore al 10%, sia in positivo che in negativo. Al fine di limitare l'incertezza sulla direzione e sull'entità degli *overnight jumps*, numerosi investitori optano per la chiusura della posizione il giorno precedente alla data di *settlement*.

### La term structure dei VIX futures

La *term structure* dei VIX futures rappresenta un elemento distintivo nonché una variabile guida (chiave) della performance. Il grafico sotto riportato (Figura 5) raffigura la *term structure* dei VIX futures il 3 agosto 2018.

Figura 5 – Term structure dei futures sul VIX (3 agosto 2018)



La pendenza della *term structure* è costantemente positiva e molto ripida nel breve termine. Quando la curva dei prezzi dei futures presenta una simile forma, il mercato si definisce in *contango*. Viceversa, quando la curva dei prezzi dei futures presenta una pendenza negativa, il mercato si definisce in *backwardation*.

La presenza di un mercato dei *futures* sul VIX in forte *contango* (soprattutto per le scadenze a breve termine) è un evento tutt'altro che raro, come viene sottolineato dalla seguente Tabella 3.

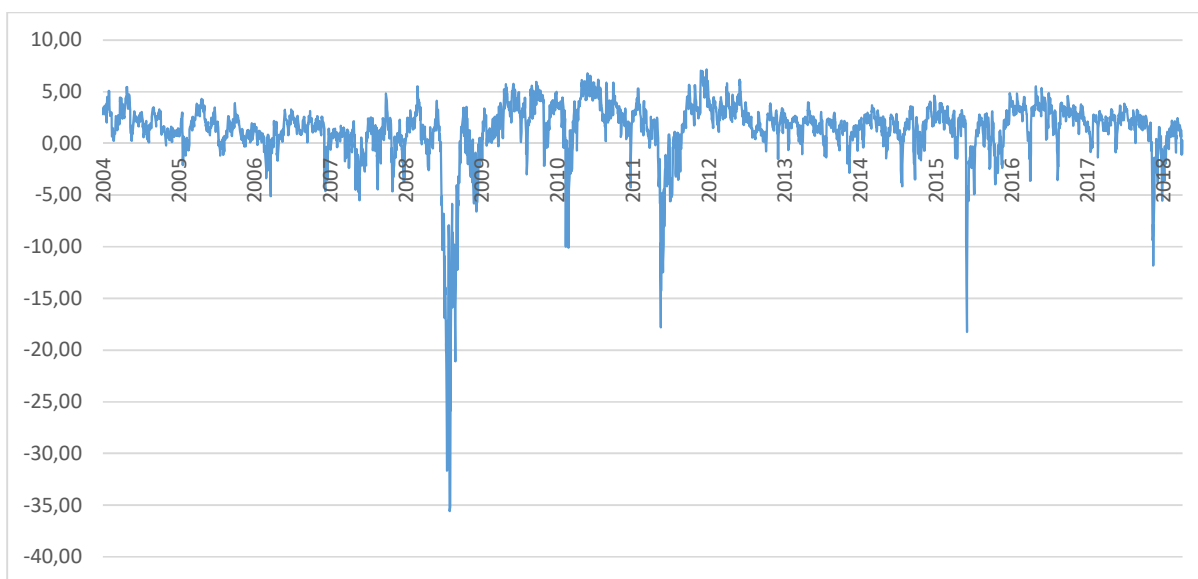
Tabella 3 – Confronto tra il prezzo dei futures sul VIX e il valore del VIX spot

	Maggiore del VIX		Minore del VIX		N. Oss.
	Giorni	%	Giorni	%	
Future 1° Mese	2.764	76,97%	827	23,03%	3.591
Future 2° Mese	2.954	83,38%	589	16,62%	3.543
Future 5° Mese	2.651	83,16%	537	16,84%	3.188

Nell'intero orizzonte temporale utilizzato per l'analisi (1990-2018), il contratto future a 1 mese ha assunto un valore superiore al VIX spot il 77% delle giornate di trading. Tale dato assume una connotazione ancor più significativa qualora si considerassero le scadenze più lontane.

A supporto di tale considerazione viene riportato lo spread fra il generico contratto future a 2 mesi e il VIX *spot* per il periodo 2004-2018, utilizzando i valori di chiusura giornalieri dei due indici (Figura 6).

Figura 6 – Spread tra il generico contratto future a 2 mesi sul VIX e il VIX spot



Lo *spread* si mantiene costantemente positivo (*contango*), ad eccezione di alcuni saltuari e drammatici *spikes* verso il basso, corrispondenti agli *spikes* di volatilità del VIX.

In una situazione di *contango*, una posizione *long* in un contratto future genera un costante *roll yield* negativo (*roll cost*), il quale erode il valore del contratto *future*. Ciò deriva dalla convergenza costante del prezzo dei futures verso il prezzo spot. Tale processo genera una perdita, in quanto il contratto future viene venduto in un'epoca successiva ad un valore inferiore rispetto al prezzo d'acquisto. Il *roll cost* è intelligibile anche dal mantenimento di una *rolling position* sui VIX *futures* con *maturity* costante. A tale scopo è necessario smobilizzare quotidianamente una quota della posizione in VIX futures a più breve termine a favore dei VIX *futures* a più lunga scadenza. A causa del maggior costo del contratto future a lungo termine, la posizione subisce una costante perdita in termini monetari.

I fattori che influenzano la cronica presenza di una *term structure* inclinata positivamente sono molteplici. Innanzitutto è necessario fare riferimento alle proprietà che contraddistinguono il VIX, le

quali rendono assimilabile una posizione *long* sull'indice di volatilità ad un'assicurazione di portafoglio. Un'ipotetica assicurazione di portafoglio deve essere adeguatamente costosa in quanto i venditori della copertura necessitano un consono incentivo per offrire protezione agli acquirenti (McFarren 2013). L'incentivo si traduce in rendimenti mediamente negativi dei VIX futures, dato che questi ultimi offrono la possibilità di ottenere una copertura in periodi di elevata volatilità e rendimenti minimi. In altri termini, il tipico *roll yield* negativo su una posizione *long* in VIX futures è interpretabile come un *insurance-like premium*. Esso deriva dalla funzione di assicurazione che i VIX futures incorporano rispetto a movimenti negativi ed imprevisti del mercato finanziario di riferimento (Jung 2016). Tuttavia, tale premio appare in diverse situazioni ingiustificato. La maggior parte degli investitori a livello globale ha infatti una posizione lunga su asset rischiosi ed è tipicamente avversa al rischio (Bordonado e Samdal 2014). Ciò acuisce l'entità dell'*insurance-like premium* in quanto i prezzi sono determinati da quanto gli investitori sono effettivamente disposti a pagare. Asensio (2013) dimostra inoltre che i VIX futures sono costantemente sovra prezzati.

L'*insurance-like premium* non è l'unica spiegazione plausibile ad un *roll yield* costantemente negativo. Una seconda possibile motivazione che induce la *term structure* ad essere spesso in *contango* è la consapevolezza dell'esistenza di una sorta di *legge dei grandi numeri*. In un orizzonte temporale più lungo c'è un corrispondente maggior potenziale di accadimento di un evento avverso che possa causare uno *spike* di volatilità. Per tale ragione, i prezzi dei futures con scadenze superiori sono generalmente quotati a prezzi più elevati.

Oltre a ciò, la forte evidenza empirica di *mean-reversion* della volatilità ricopre un ruolo significativo nella determinazione della tipica forma della *term structure* dei VIX futures. In periodi di relativa calma nei mercati finanziari è fisiologico riscontrare una struttura in (forte) *contango*, in quanto gli investitori si attendono in futuro una volatilità superiore a quella attuale<sup>26</sup>. Al contrario, in periodi di elevata tensione, è possibile riscontrare una *term structure* in *backwardation*. Quando la volatilità aumenta vertiginosamente ci si attende infatti in tempi più o meno rapidi un ritorno alla 'normalità', contraddistinta dal livello medio registrato nel lungo periodo. Al raggiungimento di una situazione giudicata dal mercato come maggiormente equilibrata, si ha l'inversione della *term structure* dei VIX futures e il ritorno alla classica situazione di *contango*. Tale inversione è solitamente rapida e nervosa in una situazione di *backwardation*. Whaley (2013) stima che la volatilità della *term structure* è circa tre volte superiore in caso di *backwardation* e la permanenza in tale situazione ha una durata pari a circa un quarto rispetto al tempo trascorso dalla *term structure* nella speculare condizione di *contango*.

La costante presenza di un *roll yield* negativo e le peculiarità che caratterizzano la *term structure* dei VIX futures portano ad una consistente divergenza di performance rispetto all'indice spot. I futures sul VIX consentono infatti di ottenere esclusivamente un'esposizione imperfetta sul VIX spot, dato che tali strumenti incorporano delle caratteristiche aggiuntive che ricoprono un ruolo primario nella determinazione del prezzo e della *performance* finale.

La Tabella 4 pone a confronto le proprietà dei VIX futures a breve termine (SPVXSTR e SPVXSP) e a medio-lungo termine (SPVXMTR e SPVXMP) con l'indice VIX spot a partire dal 20 dicembre 2005 fino al 28 dicembre 2018. La frequenza di rilevazione dei dati è giornaliera. Lo S&P 500 VIX Short-Term Futures Index Total Returns (SPVXSTR) e lo S&P 500 VIX Short-Term Futures Index Excess Returns (SPVXSP) stimano i rendimenti giornalieri di un'ipotetica posizione *long* sui VIX futures con una maturity costante pari a 30 giorni. A tale scopo essi utilizzano il contratto future del primo mese e il contratto future del secondo mese, ribilanciando quotidianamente la posizione.

Lo S&P 500 VIX Mid-Term Futures Index Total Returns (SPVXMTR) e lo S&P 500 VIX Mid-Term Futures Index Excess Returns (SPVXMP) stimano i rendimenti giornalieri di una posizione *long* sui

---

<sup>26</sup> Giudicata come 'atipica'.

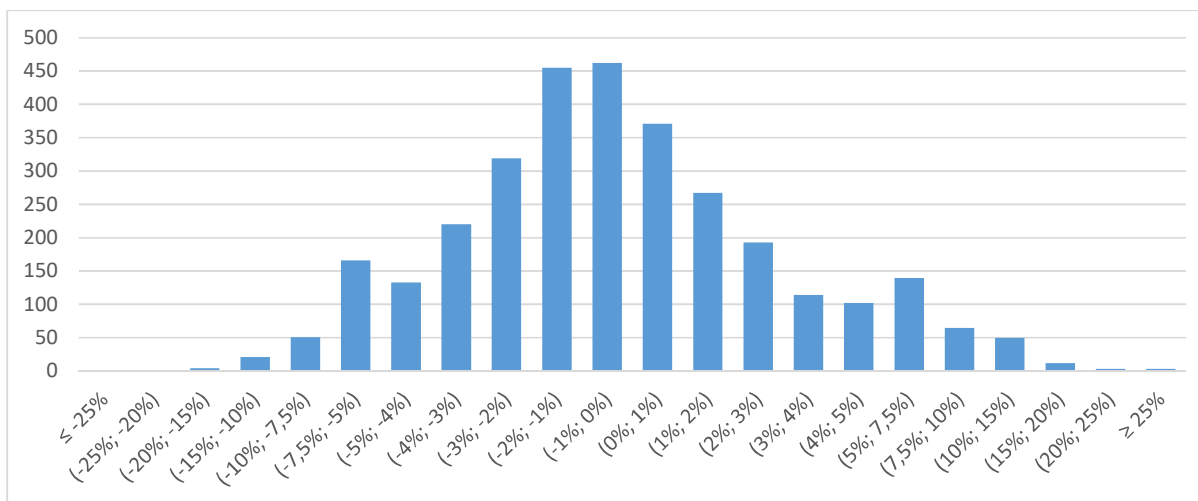
VIX futures con una maturity costante pari a 150 giorni (5 mesi). Essi effettuano il *rolling* automatico della posizione utilizzando quattro contratti di riferimento: il VIX future che scade il quarto mese, il VIX future che scade il quinto mese, il VIX future che scade il sesto mese e il VIX future che scade il settimo mese. Tali indici sono elaborati da S&P Dow Jones Indices.

Tabella 4 – Statistiche descrittive VIX futures e VIX spot (20 dicembre 2005 – 29 giugno 2018)

Indice	Media	Mediana	CAGR	Dev. Std.	Curtosi	Skewness	Min	Max	N. Oss.	Correl. S&P 500	Correl. VIX
SPVXSTR	-0,1432%	-0,5748%	-44,3497%	4,4168%	74,67	3,96	-25,95%	96,11%	3152	-0,7090	0,8905
SPVXSP	-0,1472%	-0,5726%	-44,9156%	4,4166%	74,68	3,96	-25,96%	96,10%	3152	-0,7090	0,8904
SPVXMTR	-0,0475%	-0,1607%	-15,6301%	2,0383%	12,39	1,23	-9,15%	26,55%	3152	-0,7324	0,7962
SPVXMP	-0,0518%	-0,1701%	-16,4729%	2,0381%	12,39	1,23	-9,16%	26,54%	3152	-0,7324	0,7961
VIX	0,3017%	-0,5197%	-	7,9210%	19,43	2,18	-29,57%	115,60%	3152	-0,7210	-

La Tabella 4 evidenzia pattern fortemente divergenti tra VIX futures e VIX spot in termini di rendimenti e deviazione standard. Il *roll cost* ricopre un ruolo primario nel determinare una media negativa dei rendimenti per le posizioni nei VIX futures. Tale fenomeno viene acuito nei futures a più breve scadenza a causa della maggiore pendenza della *term structure* (Whaley 2013; Deng, McCan e Wang 2012). Nonostante l'asimmetria positiva della distribuzione e un'elevata curtosi<sup>27</sup>, il *roll cost* gioca un ruolo predominante, determinando il posizionamento della maggior parte dei *returns* alla sinistra della media (negativa)<sup>28</sup>, come evidenziato dalla Figura 7.

Figura 7 – Distribuzione rendimenti SPVXSP (20 dicembre 2005 – 29 giugno 2018)



Inoltre, la deviazione *standard* dei VIX futures risulta decisamente inferiore rispetto alla deviazione standard dell'indice VIX spot<sup>29</sup>. Tale fenomeno è coerente con il processo di *mean-reversion* della volatilità e con la consapevolezza dell'esistenza di una sorta di 'legge dei grandi numeri'. La volatilità nel lungo termine tende infatti ad assestarsi su un valore medio di lungo periodo. Ciò causa come diretta conseguenza una minore reattività ai movimenti del VIX spot, esistendo una potenziale compensazione in un orizzonte temporale medio-lungo. Tale *pattern* viene evidenziato dalla Tabella

<sup>27</sup> Tali valori sottendono code spesse e una lunga coda destra della distribuzione (i valori estremi si collocano proprio in tale area).

<sup>28</sup> Come sottolineato dal valore della mediana.

<sup>29</sup> La deviazione standard dei VIX futures a breve termine è pari a circa la metà della deviazione standard del VIX spot, mentre la deviazione standard dei VIX futures a medio termine è pari a circa un quarto della deviazione standard del VIX spot.

5, la quale riporta le statistiche della regressione dei rendimenti dei VIX *futures* sui rendimenti del VIX *spot*.

Tabella 5 – Statistiche regressione dei rendimenti dei VIX *futures* sui rendimenti del VIX *spot* (20 dicembre 2005 – 29 giugno 2018)

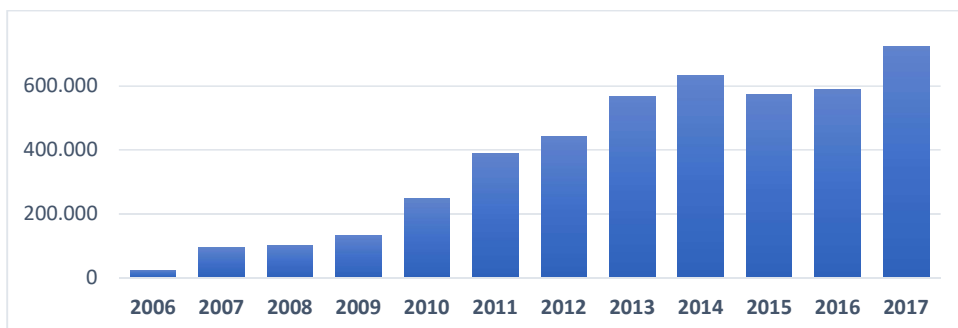
Indice	Data inizio	$\alpha$	$\beta$	E Standard	R <sup>2</sup>	N. Oss.
SPVXSTR	20/12/2005	-0,00293	0,49656	0,02010	0,79303	3152
SPVXSP	20/12/2005	-0,00297	0,49650	0,02010	0,79289	3152
SPVXMTR	20/12/2005	-0,00109	0,20490	0,01233	0,63401	3152
SPVXMP	20/12/2005	-0,00114	0,20484	0,01234	0,63378	3152

Nonostante l'elevata correlazione tra indici *futures* e indice *spot* (Tabella 4), il coefficiente  $\beta$  per i *futures* sul VIX a breve termine è pari a circa 0,50; mentre il coefficiente  $\beta$  per i *futures* sul VIX a medio termine è pari a circa 0,20. In altri termini ciò significa che le variabili guida della performance dei VIX *futures* sono sensibilmente diverse rispetto alle variabili guida della performance del VIX *spot*. L'andamento dell'indice *spot* gioca un ruolo quasi secondario nella determinazione dei rendimenti finali dei *futures* sul VIX. Tale fenomeno, se letto prendendo contemporaneamente a riferimento il grafico dello spread tra VIX *futures* e VIX *spot* (Figura 6), genera le così dette *negative surprises* (Aberkane e Bahaji 2015). Dato che il prezzo dei VIX *future* corrisponde, come precedentemente affermato, a una stima del valore del VIX alla data di scadenza del contratto *future*, vige una sorta di compensazione della dinamica del VIX *spot*<sup>30</sup>. Per tale motivo si assiste ad incrementi nel valore dei VIX *futures* significativamente inferiori rispetto allo speculare incremento del VIX *spot*. In egual modo è possibile osservare diminuzioni di valore inferiori in corrispondenza di una correzione al ribasso del VIX *spot*<sup>31</sup>. L'utilità effettiva di una posizione in VIX *futures* è dunque significativamente diversa rispetto a quella attesa e, tipicamente, inferiore. Aberkane e Bahaji (2015) dimostrano la presenza di una correlazione positiva tra gli *spikes* del VIX e le *negative surprises*, viceversa rilevano una correlazione negativa tra decrementi del VIX e le *negative surprises*. Ciò significa che gli investitori sperimentano un'utilità effettiva maggiore in caso di riduzione del VIX, piuttosto che in caso di aumento, in quanto i rendimenti offerti dai VIX *futures* non sono gli stessi ottenibili attraverso l'ipotetico possesso del VIX *spot*.

### Le opzioni sul VIX

Le opzioni sul VIX furono introdotte all'incirca due anni più tardi rispetto ai *futures* sul VIX, precisamente il 24 febbraio 2006. Anch'esse, a meno di un anno dalla loro introduzione, vennero premiate come *Most Innovative Index Derivative Product* al *Super Bowl of Indexing Conference*. Le opzioni sul VIX, alla pari dei *futures*, ebbero sin da subito un rilevante successo in termini di volumi (Figura 8).

Figura 8 – Volume medio giornaliero delle opzioni sul VIX. Fonte: CBOE.



<sup>30</sup> In quanto la stima della volatilità attesa sullo S&P 500 viene effettuata ad un'epoca futura.

<sup>31</sup> Tale dinamica spiega la deviazione standard maggiormente contenuta dei VIX *futures*.



Attualmente le opzioni sul VIX godono di una popolarità pari (o addirittura superiore) rispetto ai futures sul VIX. Ciò è dovuto alle distintive caratteristiche che esse incorporano.

Innanzitutto è di fondamentale importanza sottolineare come lo strumento che funge da sottostante alle opzioni sul VIX è il rispettivo contratto future. Qualora si prendesse a riferimento il valore corrente del VIX spot le opzioni potrebbero apparire prezzate in modo errato (Rhoads 2011).

Inoltre, le opzioni sul VIX presentano una modalità di esercizio di tipo Europeo. Esse sono dunque esercitabili esclusivamente alla scadenza prefissata. Ciò comporta, in analogia ai VIX futures, l'esposizione a possibili variazioni consistenti di valore nella giornata di *settlement*<sup>32</sup>. Tali *overnight jumps* hanno un effetto ancor più marcato nelle opzioni sul VIX. Vi è infatti la concreta possibilità che una opzione sul VIX *out-of-the-money* diventi *in-the-money* in seguito ad un movimento consistente nel prezzo di *settlement* (e viceversa). La soluzione precedentemente illustrata per i futures sul VIX (al fine di minimizzare tale rischio) non è pedissequamente percorribile. La procedura è applicabile esclusivamente nel caso in cui l'opzione risulti *in-the-money* il giorno precedente al *settlement*<sup>33</sup>. Nel caso di opzioni sul VIX *out-of-the-money* la soluzione migliore consiste ovviamente nell'attesa della procedura di *settlement*, confidando in un movimento positivo del sottostante. La scelta più complicata caratterizza le opzioni leggermente *out-of-the-money*. Nel corso della giornata di trading precedente al *settlement* è possibile che esse vengano negoziate ad un premio positivo, seppur molto basso. L'investitore in tal caso può attendere la procedura di *settlement*, confidando in un movimento positivo di prezzo, oppure optare per la vendita delle opzioni e compensare la perdita che, in caso contrario, sarebbe totale.

A titolo esemplificativo viene riportato nella Tabella 6 il movimento di prezzo del sottostante occorso in occasione della procedura di *settlement* del 14 febbraio 2018, evidenziando l'effetto sul valore delle opzioni call e put con i cinque *strike prices* maggiormente coinvolti.

Tabella 6 – L'impatto della procedura di *settlement* sul valore delle opzioni call e put sul VIX (14 febbraio 2018)

Strike Price Call	Valore chiusura indice 13/02/18 (24,97)	VIX Settlement 14/02/2018 (21,87)	Strike Price Put	Valore chiusura indice 13/02/18 (24,97)	VIX Settlement 14/02/2018 (21,87)
20	4,97	1,87	22	0	0,13
21	3,97	0,87	23	0	1,13
22	2,97	0	24	0	2,13
23	1,97	0	25	0,03	3,13
24	0,97	0	26	1,03	4,13

Un'ulteriore singolare peculiarità che caratterizza le opzioni sul VIX, e che le differenzia sensibilmente dalle opzioni sullo S&P 500 ad esempio, riguarda la tipologia di opzioni maggiormente negoziata. Le opzioni sul VIX tipicamente dotate di maggiore open interest e volume di negoziazione sono le opzioni *call out-of-the-money*. Solitamente i volumi maggiori si riscontrano per le opzioni call sul VIX con *strike prices* superiori di circa 10-20 punti indice rispetto al livello corrente del VIX (Rhoads 2011). Tale *pattern* è facilmente riscontrabile in periodi caratterizzati da bassa volatilità, spesso accompagnati dal timore di profondi movimenti negativi del mercato finanziario<sup>34</sup>. Tale peculiare caratteristica suggerisce inoltre la principale modalità di utilizzo delle opzioni sul VIX da parte degli investitori. Esse vengono utilizzate come una specie di assicurazione per i così detti *black swan events*. Ciò deriva dalla consapevolezza che il potenziale *spike* di volatilità (dei futures sul VIX in questo caso) possa essere di entità nettamente superiore rispetto alla speculare correzione dello

<sup>32</sup> Come affermato in precedenza ciò deriva dalla particolare procedura di determinazione del prezzo di *settlement* (SOQ procedure) e dalla consistente volatilità dello stesso indice. Tali fattori possono causare rilevanti *overnight jumps*.

<sup>33</sup> Al fine di minimizzare il rischio il compratore dell'opzione potrebbe procedere alla vendita dell'opzione, chiudendo in anticipo la posizione.

<sup>34</sup> Szado (2009) suggerisce l'acquisto di opzioni call sul VIX 25% *out-of-the-money* in caso di aspettative fortemente ribassiste sullo S&P 500.

S&P 500. A tale scopo basti pensare che in occasione della crisi finanziaria del 2008 lo S&P 500 ha subito una correzione di circa 40 punti percentuali da giugno ad ottobre, mentre il valore del VIX future con scadenza più ravvicinata è passato da un valore di circa 20 punti indice ad un valore di circa 67 punti indice (un aumento pari a circa il 240%)<sup>35</sup>. La capacità delle opzioni call sul VIX di cogliere tale *skewness* positiva, la quale è potenzialmente illimitata, le rende uno strumento maggiormente efficace (da un punto di vista teorico) per la protezione da eventi catastrofici (DeLisle, Doran e Krieger 2010) e, dunque, dal *downside risk*. Tale *skewness* positiva non viene incorporata nelle opzioni sullo S&P 500, le quali hanno guadagni limitati<sup>36</sup>.

La capacità di cogliere la *skewness* positiva dei rendimenti rende le opzioni sul VIX uno strumento particolarmente efficace in condizioni di forte tensione sui mercati finanziari, *cost-effective* ed innovativo. La principale motivazione deriva dalle differenze insite nella distribuzione dei rendimenti degli strumenti legati alla volatilità piuttosto che all'*equity*. Nell'ottobre 2008 le 50-delta call options sul VIX hanno totalizzato dei rendimenti prossimi a 1.600 punti percentuali, mentre le 10-delta call options hanno sfiorato i 6.500 punti percentuali. Nonostante ciò, non vi è una relazione aprioristica che definisce quale strumento, tra le opzioni sul VIX e le opzioni sullo S&P 500, sia preferibile in caso di correzioni maggiormente contenute dello S&P 500. La relazione tra VIX e S&P 500 non è lineare e prevedibile ed influenza significativamente il risultato ex-post. Szado (2009) e DeLisle, Doran e Krieger (2010) dimostrano attraverso la costruzione di due distinti portafogli<sup>37</sup> come non sia possibile constatare con certezza quale portafoglio risulti preferibile in condizioni di relativa calma o nervosismo contenuto del mercato finanziario.

### **Gli Exchange Traded Products sul VIX**

Il *trading* sulla volatilità è stato ulteriormente semplificato grazie all'introduzione degli *Exchange Traded Products* (ETPs) sul VIX. La loro diffusione risale a gennaio 2009, esattamente dopo una delle più severe crisi finanziarie moderne, e sono ora quotati in diverse Borse internazionali. Il termine 'exchange-traded' richiama la possibilità per gli investitori di investire in strumenti finanziari in modo semplice e che autonomamente sarebbe di difficile realizzazione. L'esposizione in termini di prezzo viene definita dagli ETPs in modo chiaro e attraverso l'indicazione di un apposito *benchmark*, essendo strumenti *derivatively-priced*. Gli ETPs possono dunque essere definiti prodotti sul VIX di seconda generazione. Ciò impone l'adozione di ulteriori accorgimenti sia per i regolatori che per gli investitori che si avvicinano all'acquisto di tali *asset*.

Esistono due macro categorie di ETPs sul VIX ampiamente diffuse sui mercati finanziari: gli Exchange Traded Notes (ETNs) e gli *Exchange Traded Funds* (ETFs). All'atto dell'investimento è necessario essere a conoscenza delle differenze insite tra tali tipologie di prodotti. Nello specifico, particolare attenzione deve essere posta sulla permanenza del rischio di credito in caso di investimento in ETNs. In periodi di forte tensione finanziaria la differente struttura caratterizzante gli ETFs e gli ETNs grava sulla loro affidabilità in modo differente. Basti pensare che Lehman Brothers al momento del fallimento (nel 2008) disponeva di 3 ETNs di proprietà.

Particolare menzione merita la clausola di *Market Disruption Event*, spesso incorporata negli ETNs. Il *Market Disruption Event* è un evento di rilevante gravità che rientra in una fattispecie ben precisa<sup>38</sup> e che influenza qualsiasi indice, contratto future sottostante all'indice e/o l'abilità di effettuare l'*hedging* da parte dell'emittente. In tal caso una figura definita *Calculation Agent* può effettuare

---

<sup>35</sup> Nel medesimo orizzonte temporale il VIX spot è passato da un valore di 20 punti indice ad un valore di oltre 80 punti indice (un aumento pari a circa il 300%).

<sup>36</sup> L'indice VIX non è dotato di limite superiore, mentre lo S&P 500 è dotato di limite inferiore.

<sup>37</sup> I quali includono rispettivamente opzioni put sullo S&P 500 e opzioni call sul VIX.

<sup>38</sup> Per ulteriori informazioni si faccia riferimento al prospetto informativo del VXX e del VXZ di IPATH (Barclays): <http://www.ipathetn.com/US/16/en/documentation.app?instrumentId=259118&documentId=6204338>; pp. PS-39 e PS-40.

degli aggiustamenti di valore dell'indice o del metodo di calcolo nella sua sola discrezione, attraverso una stima affidabile del valore che sarebbe prevalso qualora non si fosse manifestato il *Market Disruption Event*. Inoltre, la determinazione del valore dell'ETN nella *valuation date* può essere posticipato fino a un massimo di 5 giorni di trading qualora il Calculation Agent rilevasse un evento appartenente alla fattispecie dei *Market Disruption Events* o la continuazione dello stesso. Ciò può provocare notevoli divergenze di performance e il manifestarsi di negative surprises per gli investitori meno sofisticati che negoziano tali strumenti, pur intraprendendo l'investimento con l'*outlook* corretto. Considerando che i volumi di negoziazione degli ETPs aumentano vertiginosamente in periodi di tensione finanziaria, non è un aspetto di secondaria importanza. Inoltre, il Calculation Agent può essere modificato senza darne notizia e tale ruolo può essere ricoperto dallo stesso emittente o da una compagnia ad esso affiliata. In assenza di manifesti errori, la stima effettuata dal Calculation Agent non è modificabile e l'investitore non ha diritto ad alcuna compensazione per la divergenza di performance. Ciò crea ineludibilmente un potenziale conflitto di interessi, rimarcato nei prospetti dei rispettivi prodotti<sup>39</sup>.

Anche gli ETFs sul VIX non sono immuni da tali eventi destabilizzanti. Il verificarsi di *Market Disruption Events*, ampi movimenti di prezzo degli asset o estrema volatilità del mercato può compromettere fortemente l'abilità dell'emittente di mantenere una perfetta esposizione sull'indice benchmark (con il dichiarato leverage).

La Tabella 7 riporta la tassonomia dei principali 10 ETPs sul VIX per capitalizzazione attualmente disponibili sul mercato. Oltre al *ticker* dello strumento vengono riportati l'indice *benchmark* di riferimento, la tipologia di ETPs, l'emittente, il leverage (con target giornaliero), la capitalizzazione corrente, il volume medio scambiato sul mercato, la commissione a carico dell'investitore e la Borsa in cui essi sono quotati.

Tabella 7 – Tassonomia dei principali 10 ETPs sul VIX

Ticker	Benchmark	ETN/ETF	Emittente	Leverage	Capitalizzazione	Volume medio	Service fee	Exchange
VXX	S&P 500 VIX Short-Term Futures Index TR	ETN	Barclays	1	805,649 mln	41.200.203	0,89%	NYSE
UVXY	S&P 500 VIX Short-Term Futures Index ER	ETF	ProShares	1,5	361,898 mln	36.370.340	0,95%	NYSE
SVXY	S&P 500 VIX Short-Term Futures Index ER	ETF	ProShares	-0,5	525,972 mln	13.963.182	0,95%	NYSE
TVIX	S&P 500 VIX Short-Term Futures Index ER	ETN	Credit Suisse	2	555,579 mln	5.013.625	1,65%	Nasdaq
ZIV	S&P 500 VIX Mid-Term Futures Index ER	ETN	Credit Suisse	-1	120,797 mln	144.903	1,35%	Nasdaq
VIXY	S&P 500 VIX Short-Term Futures Index ER	ETF	ProShares	1	114,490 mln	2.229.855	0,85%	NYSE
VXXB	S&P 500 VIX Short-Term Futures Index TR	ETN	Barclays	1	136,113 mln	17.080	0,89%	CBOE BZX
VIXM	S&P 500 VIX Mid-Term Futures Index ER	ETF	ProShares	1	19,853 mln	41.092	0,85%	NYSE
VXZ	S&P 500 VIX Mid-Term Futures Index TR	ETN	Barclays	1	16,307 mln	239.017	0,89%	NYSE
VIIIX	S&P 500 VIX Short-Term Futures Index ER	ETN	Credit Suisse	1	9,125 mln	161.936	0,75%	Nasdaq
VIIIZ	S&P 500 VIX Mid-Term Futures Index ER	ETN	Credit Suisse	1	2,420 mln	1.826	0,89%	Nasdaq

## Gli Exchange Traded Products sul VIX. Investimenti a lungo termine?

Gli Exchange Traded Products hanno consentito ai partecipanti del mercato finanziario di negoziare la volatilità evitando l'utilizzo diretto di futures od opzioni sul VIX. Ciò ha contribuito ad un boom del volatility trading. Molti investitori, infatti, non possono o non hanno sufficienti conoscenze per

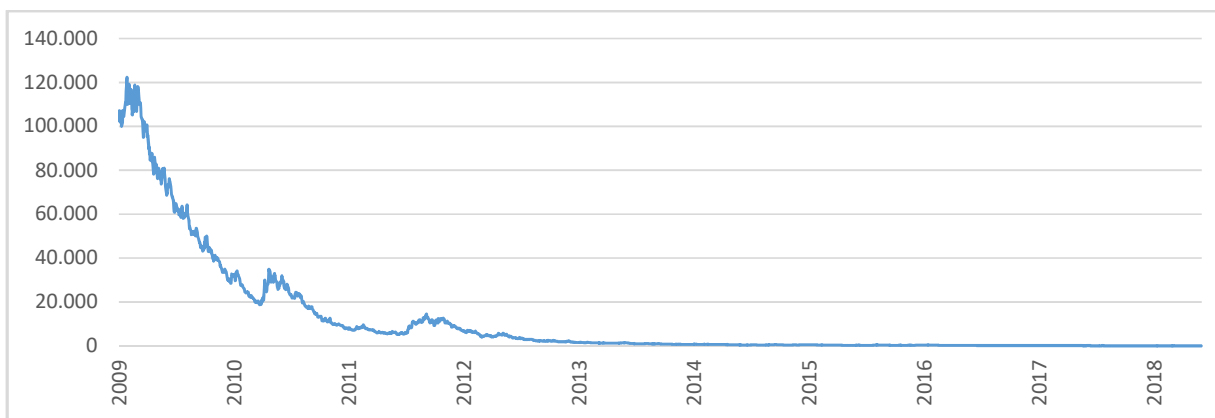
<sup>39</sup> Per esempio il prospetto del VXX e del VXZ di iPath (Barclays) afferma che «*In making any discretionary judgments, the fact that the calculation agent is our affiliate may cause it to have economic interests that are adverse to yours as an investor in the securities [...] the calculation agent will have no obligation to consider your interests as an investor in the securities in making any determinations with respect to the securities*».

intraprendere la negoziazione diretta di futures e opzioni sul VIX<sup>40</sup>. Anche la consolidata correlazione negativa con l'indice azionario americano S&P 500 e la skewness positiva<sup>41</sup> hanno contribuito ad alimentare lo sviluppo del trading sulla volatilità. In particolare, la correlazione negativa offre teoricamente agli investitori un ottimo strumento di diversificazione del portafoglio. La skewness positiva conferisce invece ai prodotti VIX-related la così detta *lottery-like feature* (Aberkane e Bahaji 2015). Oltre a ciò, è possibile osservare empiricamente un incremento del livello di liquidità degli strumenti derivati sul VIX in periodi di tensione finanziaria.

Gli investitori sono alla costante ricerca di pattern simili, come dimostrano l'elevata capitalizzazione e gli elevati volumi di trading di tali prodotti riportati nella precedente Tabella 7. In particolare, i partecipanti al mercato finanziario tendono a prediligere un'esposizione long verso ETPs che tracciano la performance di indici futures sul VIX a breve termine<sup>42</sup>, anche con una leva superiore ad 1<sup>43</sup>.

L'imponente sviluppo del volume di tali prodotti è definibile «un'esuberante irrazionalità», soprattutto qualora si prendesse a riferimento la loro performance storica. A titolo esemplificativo viene riportata la rappresentazione grafica del valore del VXX (Figura 9), il primo ETP long-volatility per capitalizzazione.

Figura 9 – VXX (29 gennaio 2009 – 29 giugno 2018)



I volumi di trading di tali prodotti rimangono sorprendentemente elevati per degli strumenti la cui performance appare in costante perdita. Dal momento della loro introduzione (che esclude la crisi finanziaria del 2008) essi non hanno mai fatto registrare un periodo di stabile inversione del trend<sup>44</sup>. Ciò deriva dal fatto che il mercato dei futures sul VIX, in particolare per le scadenze a breve termine, è costantemente in contango. Nonostante le caratteristiche desiderabili precedentemente evidenziate, le quali renderebbero teoricamente i futures sul VIX (e i prodotti *VIX-related*) un ottimo strumento di diversificazione, la continua erosione di valore derivante dalla *contango trap* li penalizza in modo eccessivo. La performance risulta addirittura peggiore per gli ETPs sul VIX che offrono un'esposizione long includendo una leva. La domanda dei prodotti *leveraged* viene alimentata soprattutto dagli speculatori. Ciò spiega il perché, nonostante il trend di tali prodotti sia significativamente negativo, i volumi e la capitalizzazione rimangono sostenuti. A titolo

<sup>40</sup> Non avendo per esempio accesso direttamente al mercato dei derivati o perché semplicemente vogliono prendere posizioni di ammontare inferiore rispetto a quelle fornite dai contratti derivati.

<sup>41</sup> Tali pattern fanno riferimento ad una posizione lunga sulla volatilità.

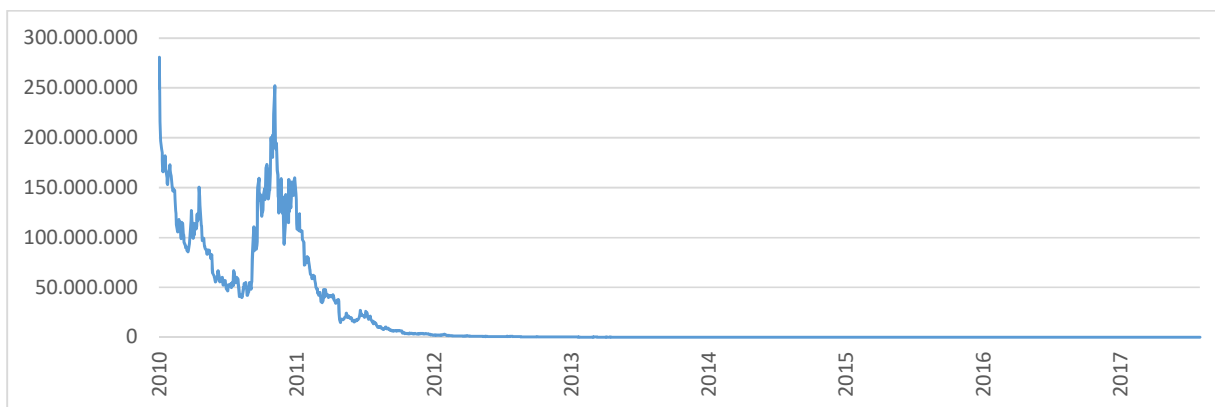
<sup>42</sup> Possibilità offerta dall'acquisto di quote del VXX, del VIXY, del VXXB e del VIIX.

<sup>43</sup> Possibilità offerta dall'acquisto di quote del TVIX e dell'UVXY.

<sup>44</sup> Un trade profittevole con esposizione lunga sulla volatilità avrebbe apportato chiari benefici esclusivamente all'inizio della crisi dell'Eurozona nel 2010 e nell'agosto-dicembre 2011, oltre a sporadici periodi di high volatility come il recente flash crash di febbraio 2018 e nell'ottobre-dicembre 2018.

esemplificativo viene riportata la rappresentazione grafica del valore del TVIX (Figura 10), il primo ETP *long-volatility* per capitalizzazione con leverage superiore a 1.

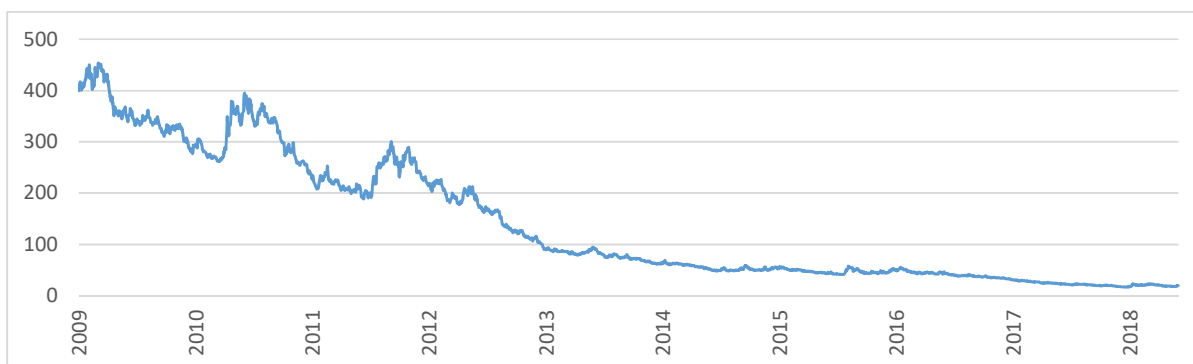
Figura 10 – TVIX (29 novembre 2010 – 29 giugno 2018)



Come facilmente intuibile dalla Figura 9, nessun investitore razionale includerebbe in portafoglio per un orizzonte temporale significativo uno strumento con un simile trend storico. Ovviamente in caso di nervosismo e crollo imprevisto dei mercati finanziari, gli ETPs *long-volatility* offrono dei rendimenti molto elevati, attirando l'attenzione degli speculatori soprattutto in occasione di annunci o eventi market-sensitive. Tuttavia, la bontà dell'investimento è strettamente legata all'*holding period* dello strumento. Le lunghe fasi caratterizzate da bassa volatilità sono dei «*painful desert crossings*» tra periodi caratterizzati da elevata volatilità e tensione (Aberkane e Bahaji 2015).

A differenza delle precedenti categorie di ETPs *long-volatility* trattate, gli ETPs che replicano la performance dei VIX *futures* a medio termine evidenziano un trend meno nervoso e maggiormente livellato, seppur in netto calo. A titolo esemplificativo viene riportata la rappresentazione grafica del valore del VXZ (Figura 11), il primo ETPs per capitalizzazione appartenente a tale categoria.

Figura 11 – VXZ (29 gennaio 2009 – 29 giugno 2018)



A differenza delle precedenti rappresentazioni grafiche è possibile osservare una diminuzione di valore più armonica e con valori assoluti decisamente inferiori. Essi sono infatti meno soggetti al roll cost, ma contemporaneamente meno reattivi ai *volatility jumps*<sup>45</sup>. Vi sono diversi periodi in cui l'investimento in ETPs che replicano la performance dei VIX *futures* a medio termine è risultato positivo. Tuttavia il declino di valore appare comunque inevitabile nel lungo termine.

<sup>45</sup> Ciò è intelligibile anche dal minor coefficiente beta dei futures sul VIX a medio termine nella precedente analisi di regressione rispetto al VIX spot (Tabella 5).

La Tabella 8 riporta le principali statistiche descrittive degli ETPs long-volatility. I dati utilizzano una frequenza di rilevazione giornaliera.

Tabella 8 – Statistiche descrittive dei principali ETPs long sul VIX

ETPs	Data Inizio	Media	Mediana	CAGR	Dev. Std.	Curtosi	Skewness	Min	Max	Total Holding Period Return	N. Oss.
VXX	30/01/2009	-0,26%	-0,61%	-57,11%	3,97%	5,7399	1,2219	-14,26%	33,48%	-99,96545%	2.371
UVXY	05/10/2011	-0,57%	-1,12%	-89,04%	8,06%	6,3412	1,1758	-33,45%	66,21%	-99,99997%	1.695
TVIX	29/11/2010	-0,50%	-1,09%	-87,02%	7,89%	7,2339	1,2467	-40,79%	68,00%	-99,99998%	1.909
VIXY	04/01/2011	-0,21%	-0,57%	-52,30%	4,12%	6,0798	1,2808	-13,13%	34,24%	-99,60869%	1.884
VXXB	18/01/2018	0,45%	-0,98%	-	6,21%	7,9057	2,0857	-11,44%	33,52%	37,24907%	113
VIXM	04/01/2011	-0,12%	-0,21%	-29,45%	1,93%	4,0135	0,7740	-8,94%	13,47%	-92,66037%	1.884
VXZ	29/01/2009	-0,11%	-0,23%	-27,83%	1,92%	4,8061	0,8196	-8,21%	16,21%	-95,36947%	2.371
VIIIX	29/11/2010	-0,22%	-0,54%	-53,64%	4,13%	5,9561	1,2559	-13,37%	34,05%	-99,70653%	1.880
VIIIZ	29/11/2010	-0,17%	-0,19%	-30,22%	2,26%	6,2588	0,6463	-10,63%	15,46%	-93,47950%	1.395

Gli ETPs che offrono un'esposizione lunga sulla volatilità dispongono di una distribuzione dei rendimenti con media negativa, elevata deviazione standard, asimmetria positiva ed elevata curtosi. Tali dati vengono esasperati negli ETPs che replicano la performance dei VIX *futures* a breve termine. Al contrario, gli ETPs che tracciano la performance di indici futures sul VIX a medio-lungo termine dispongono di valori maggiormente contenuti. Essi infatti hanno storicamente sofferto di una minore erosione del valore dal momento della loro introduzione, ancorché eccessiva in un orizzonte temporale significativo. Tuttavia, appare come inevitabile il sostenimento di un *trade-off* tra la maggiore reattività alla dinamica del VIX<sup>46</sup> e una minore erosione di valore derivante da un roll cost inferiore<sup>47</sup>.

Le proprietà del VIX, poste spesso al centro dell'attenzione dalla stampa finanziaria in periodi caratterizzati da elevata tensione, inducono gli investitori meno sofisticati ad operare con strategie *naive*, che a lungo termine si rivelano inefficaci. Le peculiari caratteristiche di tali prodotti non rendono adatto agli agenti passivi<sup>48</sup> il generico investimento a lungo termine che offre un'esposizione lunga sulla volatilità. Gli ETPs, negoziabili sul mercato come delle semplici azioni e accessibili ad una platea significativa di investitori, hanno esasperato tale problema.

Dato che gli ETPs long hanno storicamente performato in modo non efficace<sup>49</sup>, è possibile giungere alla conclusione semplicistica che gli speculari ETPs short siano in costante trend positivo ed in forte guadagno. Tuttavia, gli ETPs *short* presentano numerose insidie e il ragionamento necessita un'elaborazione, in quanto la conclusione non è così banale.

A titolo esemplificativo viene riportata la rappresentazione grafica del valore dell'SVXY (Figura 12), il primo ETP short per capitalizzazione attualmente disponibile.

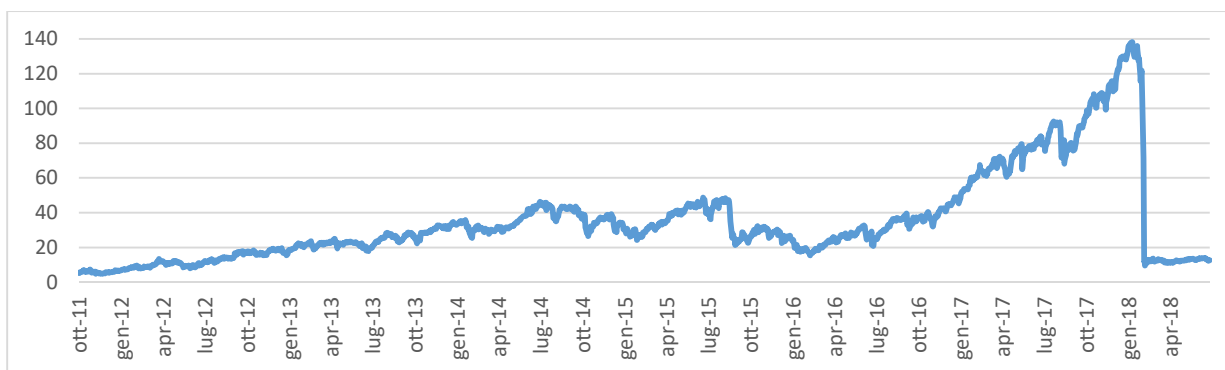
<sup>46</sup> Garantita dagli ETPs che replicano la performance dei futures sul VIX a breve termine. La reattività effettiva è comunque inferiore rispetto alla reattività attesa, generando in tal modo le negative surprises.

<sup>47</sup> Garantita dagli ETPs che replicano la performance dei futures sul VIX a medio-lungo termine.

<sup>48</sup> I quali operano spesso utilizzando la semplicistica strategia di buy-and-hold.

<sup>49</sup> In particolare gli ETPs che replicano una posizione lunga sui futures sul VIX a breve termine.

Figura 12 – SVXY (4 ottobre 2011 – 29 giugno 2018)



L'SVXY, in occasione del *flash crash* datato 5 e 6 febbraio 2018, ha dovuto fronteggiare perdite elevatissime, pari ad oltre il 90% del valore. Nonostante ciò, *ProShares* ha mantenuto la quotazione dell'ETP. Tuttavia è stato rivisto il *leverage*, portandolo ad un valore pari a -0,5 rispetto all'indice benchmark<sup>50</sup>. Altri ETPs e fondi hanno invece optato per la liquidazione anticipata<sup>51</sup>.

Nonostante ciò, la Figura 11 evidenzia una stabile ed accentuata *over performance* degli strumenti short-volatility rispetto agli strumenti long-volatility in periodi di relativa calma sui mercati finanziari. La vendita di volatilità presenta nel tempo un costante rendimento atteso positivo, interpretabile come un incentivo per la protezione offerta al compratore. Ciò si traduce in rendimenti medi tipicamente positivi (Tabella 9). La Tabella 9 riporta le principali statistiche descrittive degli ETPs short volatility. I dati utilizzano una frequenza di rilevazione giornaliera.

Tabella 9 – Statistiche descrittive dei principali ETPs short sul VIX

ETPs	Data Inizio	Media	Mediana	CAGR	Dev. Std.	Curtosi	Skewness	Min	Max	Total Holding Period Return	N. Oss.
SVXY	05/10/2011	0,19%	0,53%	-25,95%	4,47%	73,8586	-4,6276	-82,96%	13,36%	124,18837%	1.695
ZIV	29/11/2010	0,12%	0,23%	26,33%	1,96%	3,9584	-0,6804	-12,73%	10,22%	488,83794%	1.836

In tal caso il contango viene sfruttato come punto di forza e motore dei rendimenti. I partecipanti al mercato finanziario, come precedentemente affermato, sono disposti a pagare premi elevati per avere un asset assimilabile ad un'assicurazione di portafoglio, talvolta anche irrazionalmente. Inoltre, la volatilità implicita soffre tipicamente di un upward bias, il quale la pone in costante premio rispetto alla volatilità storica. Ciò crea degli incentivi concreti per fare dell'incertezza sui mercati finanziari un'opportunità. Tuttavia, le precauzioni da adottare non sono di poco conto. Anche in tal caso una strategia naive tipica del cassetista potrebbe generare elevati guadagni per un orizzonte temporale anche significativo (qualora il mercato stesse attraversando una prolungata fase di low-volatility), ma eroderli anche in una singola seduta<sup>52</sup>. Il verificarsi di eventi di coda può portare, come nel caso dello XIV e dell'SVXY, all'erosione di tutti i guadagni precedentemente totalizzati in un lasso temporale brevissimo. L'accentuata skewness negativa e l'elevata curtosi di tali strumenti suggeriscono un

<sup>50</sup> Il valore della leva è stato dimezzato rispetto al valore originario.

<sup>51</sup> Il *VelocityShares Inverse VIX Short-Term ETN (XIV)*, in seguito ad un crollo pari ad oltre il 92% del proprio valore, è stato liquidato anticipatamente da *Credit Suisse*. Lo XIV non è stata l'unica vittima mietuta in occasione del flash crash datato febbraio 2018. Una dozzina di ETPs e fondi a livello globale hanno subito la stessa sorte, tra cui *LJM Preservation and Growth Fund*, il *Nomura's Next Notes S&P 500 VIX Short-Term Futures Inverse Daily Excess Return Index ETN* e il *BetaPro S&P 500 VIX Short-Term Futures Daily Inverse ETF* di *Horizons*. La repentina riduzione di valore degli strumenti che offrivano un'esposizione corta sulla volatilità ha causato un crollo della capitalizzazione di tali strumenti.

<sup>52</sup> Come avvenuto in occasione del flash crash sullo S&P 500 datato 5 e 6 febbraio 2018.



collocamento degli eventi estremi nella coda sinistra della distribuzione. Tali eventi estremi sono inoltre prossimi alla perdita totale del valore dello strumento.

Le caratteristiche della volatilità e dei prodotti VIX-related evidenziano in modo ineludibile come essi siano strumenti ad elevatissimo rischio, complessi e costruiti in modo tale da avere un valore di lungo periodo pari a 0<sup>53</sup>. L'adozione di una strategia totalmente passiva attraverso i prodotti VIX-related (per un orizzonte temporale duraturo) è classificabile come aprioristicamente fallimentare, sia in caso di esposizione corta che in caso di esposizione lunga.

La stessa *Credit Suisse* evidenzia nel prospetto dei propri ETNs *VIX-related* tale concetto attraverso la seguente proposizione: «*The long term expected value of your ETNs is zero. If you hold your ETNs as a long term investment, it is likely that you will lose all or a substantial portion of your investment*». Prosegue inoltre affermando: «*In almost any potential scenario the Closing Indicative Value [...] of your ETNs is likely to be close to zero after 20 years and we do not intend or expect any investor to hold the ETNs from inception to maturity*». Tuttavia tale concetto non sembra essere particolarmente evidenziato. Solo in seguito al recente flash crash sono stati adottati ulteriori accorgimenti come proposizioni simili a quelle sopra riportate. La stessa CBOE si limita a sporadiche e nebbiose affermazioni sulle problematicità derivanti dalla detenzione di uno strumento VIX-related per un holding period duraturo, quale: «*Market participants should consider the time frame and characteristics associated with VIX futures and options to determine the utility of such a hedge*».

L'informativa pubblica richiede chiarezza ed assenza di ambiguità, tenendo presente che il problema è inversamente proporzionale rispetto all'educazione finanziaria degli investitori. Dato che la stampa finanziaria pone l'indice VIX al centro dell'attenzione soprattutto in occasione del manifestarsi di eventi di coda, grazie alla totalizzazione di rendimenti molto elevati, la problematica si inasprisce. Un'ulteriore criticità deriva dall'ampia diffusione degli ETPs presso la clientela retail. I regolatori, gli intermediari finanziari e lo stesso mondo accademico devono contribuire in modo positivo al volatility trading, rendendolo un'opportunità concreta per i partecipanti al mercato finanziario e non fonte di possibili minacce.

### **Alcuni indicatori VIX-related utilizzati nelle strategie di trading della volatilità**

Le strategie di trading che prendono a riferimento i prodotti VIX-related devono essere caratterizzate da dinamicità, dato che tali prodotti non sono adeguati per un investitore dotato di un orizzonte temporale di riferimento di medio-lungo periodo. L'apertura della posizione viene effettuata spesso in concomitanza di annunci o eventi *market-sensitive* in base al proprio *outlook* sul mercato finanziario. Accanto all'analisi delle prospettive sull'andamento futuro del mercato finanziario è possibile utilizzare un sistema di segnalazioni volto ad individuare situazioni di mercato anomale, come un mercato dei futures in accentuato contango o in accentuata backwardation. Alcuni dei parametri più significativi che assolvono tale scopo sono la pendenza della term structure della volatilità implicita, il valore del *daily roll* sulla *future basis* e la *relative basis*.

La *term structure* della volatilità implicita (*Implied Volatility Term Structure – IVTS*) viene solitamente misurata attraverso il rapporto tra il valore corrente del VIX e il valore di un CBOE *Volatility Index* con orizzonte temporale superiore. L'elaborazione da parte della CBOE di indici di volatilità sullo S&P 500 con diversi orizzonti temporali conferisce flessibilità a tale indicatore, potendo utilizzare diverse combinazioni. La formulazione tipica utilizza il VIX e il CBOE *3-Month Volatility Index* (Formula 6):

---

<sup>53</sup> Caratteristiche proprie di strumenti altamente speculativi, i quali necessitano una delicata gestione.



Formula 6 - La term structure della volatilità implicita (IVTS)

$$IVTS_{t-1} = \frac{VIX_{t-1}}{VIX3M_{t-1}} \times 100$$

Una IVTS inferiore al 100% indica la classica situazione di mercato in *contango*, mentre una IVTS superiore al 100% indica una situazione di *backwardation*. L'allocazione di capitale viene distribuita solitamente tra VIX *future* a breve termine e VIX *future* a medio-lungo termine<sup>54</sup>, fissando determinate soglie giudicate significative<sup>55</sup>.

Oltre alla *term structure* della volatilità implicita, due indicatori affini e con il medesimo scopo sono il *daily roll* della VIX *future basis* (Simon e Campasano 2014) e la *relative basis* (Bordonado e Samdal 2014). Simon e Campasano (2014) hanno introdotto il concetto di *daily roll* sulla *future basis* in seguito a *test* empirici volti a verificare la robustezza dell'indicatore. L'obiettivo anche in tal caso si concretizza nella possibilità di estrapolare il *roll yield* quando il mercato dei *futures* è in sufficiente *contango* o *backwardation*<sup>56</sup>.

Il *daily roll* sulla *future basis* (Formula 7) viene definito come il rapporto tra la differenza del valore del *future* sul VIX prossimo a scadenza diminuito del valore del VIX *spot* (VIX *future basis*) e il numero di giorni di *trading* mancanti al *settlement*.

Formula 7 - Il *daily roll* della VIX *future basis*

$$\text{Daily Roll } F_B = \frac{VIX \text{ Future}_{1^{\circ}\text{mese}} - VIX \text{ Spot}}{n. \text{ giorni di trading al settlement}}$$

Esso misura il potenziale profitto ottenibile qualora la VIX *future basis* diminuisse (o aumentasse in caso di posizione *long*) in modo lineare fino al *settlement* del contratto *future*, convergendo verso il VIX *spot*. La *relative basis* (Bordonado e Samdal 2014) è una revisione del *daily roll* così come definito da Simon e Campasano (2014). La *future basis* viene infatti rapportata al valore del VIX *spot*, ottenendo un valore espresso in forma percentuale (Formula 8).

Formula 8 - La *relative basis*

$$R_B(\%) = \frac{VIX \text{ Future}_{1^{\circ}\text{mese}} - VIX \text{ Spot}}{VIX \text{ Spot}}$$

Un valore percentuale positivo indica una situazione di *contango*, mentre un valore percentuale negativo indica una situazione di *backwardation*. La *relative basis* permette di relativizzare i concetti di *contango* e *backwardation*, non utilizzando valori assoluti come nel caso del *daily roll* sulla *future*

<sup>54</sup> Aprendo ipoteticamente sia posizioni *long* che posizioni *short*.

<sup>55</sup> L'indice S&P 500 *Dynamic VIX Futures Index TR* utilizza la IVTS per determinare l'allocazione di capitale nello S&P 500 *VIX Short-Term Futures Index* e nello S&P 500 *VIX Mid-Term Futures Index*. Attualmente è disponibile un ETN, l'*IPath S&P 500 Dynamic VIX ETN (XVZ)*, che utilizza l'indice S&P 500 *Dynamic VIX Futures Index TR* come indice benchmark. Esso rientra nella tipologia di ETNs definibili come «*roll-yield arbitrage Exchange Traded Notes*», la cui popolarità fu sostenuta dagli studi di Alexander e Korovilas (2013) e, successivamente, da Simon e Campasano (2014). Questi ultimi dimostrarono che vendendo VIX *futures* quando la *basis* è in sufficiente *contango* e contemporaneamente proteggendosi attraverso l'acquisto di *futures* sullo S&P 500 (e viceversa in caso di *basis* in *backwardation*) si sarebbero ottenuti ottimi profitti. L'obiettivo di tali allocazioni di capitale è traducibile nella possibilità di trarre vantaggio dal *negative* o *positive roll yield* a seconda che la *term structure* sia in *contango* o in *backwardation*. Nonostante la bontà segnaletica di tale indicatore, le quote deterministiche di allocazione del capitale e le soglie che stabiliscono lo switch di posizione nello S&P 500 *Dynamic VIX Futures Index TR* non sembrano essere efficaci. La notevole popolarità inizialmente ottenuta dal XVZ è diminuita sensibilmente, lasciando spazio a revisioni delle quote e delle soglie da parte di diversi autori (Donninger 2013; Sinclair 2013).

<sup>56</sup> Per assolvere tale scopo, al superamento di un determinato valore soglia positivo del *daily roll* (mercato in *contango*) viene aperta una posizione *short* in *futures* sul VIX, mentre in caso di diminuzione del *daily roll* al di sotto di un determinato valore soglia negativo (mercato in *backwardation*) viene aperta una posizione *long* in *futures* sul VIX.

*basis*. Infine, alcuni investitori operano fanno riferimento alla differenza di valore tra il VIX e la volatilità storica dello S&P 500<sup>57</sup> oppure in base al valore assoluto del contratto future del mese successivo<sup>58</sup>. Tali indicatori possono essere utilizzati come sistema di segnalazioni o semplicemente per leggere la situazione in cui versa il mercato finanziario. L'elevata variabilità di tali indicatori suggerisce nuovamente la necessità di adottare un approccio dinamico nell'esposizione alla volatilità, con holding period contenuti.

### **Prospettive future per i prodotti *volatility-related***

La volatilità è entrata stabilmente a far parte del gruppo di *asset class* definibili come alternative. Ciò deriva dalla maturata consapevolezza da parte degli investitori che la volatilità possa costituire un investimento a sé stante, grazie alle peculiari caratteristiche di cui essa è dotata. Tuttavia, lo sviluppo in termini di volumi di negoziazione degli strumenti legati agli indici di volatilità ha subito delle evoluzioni contrastanti. I prodotti legati al VIX sono infatti in costante crescita e non evidenziano alcun rallentamento significativo, anche se i loro volumi e la loro popolarità sono fortemente correlati alla fase in cui versano i mercati finanziari. I prodotti legati ad altri indici di volatilità hanno invece subito un rallentamento. Molti strumenti derivati hanno subito il *delisting* e non sono stati reintrodotti<sup>59</sup>, altri in seguito al *delisting* sono stati reintrodotti e sono attualmente negoziabili<sup>60</sup>. Attualmente il mercato finanziario sembra aver dirottato la propria attenzione in modo pressoché esclusivo verso i prodotti *VIX-related*, i quali hanno fagocitato la maggior parte dei volumi destinati al volatility trading.

La reintroduzione di strumenti costruiti sugli indici di volatilità o l'ideazione di altri strumenti simili non dipende esclusivamente dall'efficacia di tali prodotti, misurata per esempio attraverso i rendimenti storici<sup>61</sup>. Un aspetto di primaria importanza è la domanda da parte del mercato. La quotazione di tali strumenti in una Borsa richiede infatti determinati volumi e determinate condizioni di liquidità. Da ciò ne consegue che l'offerta degli strumenti *VIX-related* sia influenzata principalmente dal mercato finanziario nel suo complesso. Dato che la razionalità degli investitori è tutt'altro che comprovata, oltre ad essere difficilmente misurabile e prevedibile, lo sviluppo futuro di tali prodotti è altamente incerto e volatile. Un altro fattore chiave che condiziona la domanda di tali prodotti è la profonda conoscenza degli stessi. Essi sono strumenti di recente formazione e altamente complessi. Ciò può aver scoraggiato una nutrita cerchia di investitori, soprattutto retail, dall'intraprendere un simile investimento. Il superamento di tali attriti iniziali può rinvigorire la domanda degli strumenti volatility-based, consolidando tale *asset class* e non limitandola esclusivamente al VIX<sup>62</sup>.

---

<sup>57</sup> Tale differenziale, come precedentemente affermato, viene definito 'VIX premium'.

<sup>58</sup> La stessa CBOE utilizza la volatilità attesa nel mese seguente per determinare l'allocazione di capitale in opzioni sul VIX nel CBOE VIX Tail Hedge Index. Le percentuali di allocazione del capitale determinate e diffuse dalla CBOE sono state fissate in base all'evidenza empirica che rileva come il verificarsi di eventi estremi di mercato avvenga spesso in corrispondenza di livelli intermedi di volatilità.

<sup>59</sup> In primis i futures legati agli indici di volatilità sulle commodities.

<sup>60</sup> Si fa riferimento soprattutto agli indici di volatilità elaborati su altri mercati azionari da parte di diverse società, come l'indice di volatilità sul mercato azionario europeo (il VSTOXX). Il trend sembra suggerire un possibile ampliamento in futuro di tale mercato, soprattutto se la divergenza di performance tra mercati azionari risulterà marcata.

<sup>61</sup> Basti pensare alla sostenuta domanda tutt'ora presente per strumenti che replicano una posizione long su VIX futures a 30 giorni. Essi hanno un valore praticamente nullo se paragonato all'originario valore di emissione.

<sup>62</sup> Non è escluso dunque in futuro un ritorno alla quotazione di futures sugli indici di volatilità delle materie prime o delle valute, dando per certo il consolidamento dei prodotti *VIX-related*.

## Riferimenti bibliografici

- ABERKANE S., BAHAJI H., *How rational could VIX investing be?*, «Economic Modelling», 2016, Vol. 58, pp. 556-568
- ALEXANDER C., KOROVILAS D., *Volatility Exchange-Traded Notes: Curse or Cure?*, «Journal of Alternative Investments», 2013, Vol. 16 n. 2, pp. 52-70
- ASENSIO I. O., *Essays On The Persistence of the Forecast Bias of Option Implied Volatility*, «Working paper», University of California – Santa Cruz, 2013
- ASENSIO I. O., *The VIX-VIX Futures Puzzle*, «Working paper», 2013
- BECKER R., CLEMENTS A. E., WHITE S. I., *Does implied volatility provide any information beyond that captured in model-based volatility forecasts?*, «Journal of Banking and Finance», 2007, Vol. 31 n. 8, pp. 2535-2549
- BLACK F., SCHOLES M., *The pricing of Options and Corporate Liabilities*, «The Journal of Political Economy», 1973, Vol. 81 n. 3, pp. 637-654
- BONGIOVANNI A., DE VINCENTIIS P., ISAIA E., *The Vix Index: Forecasting Power and Performance in a Risk Management Framework*, «Journal of Financial Management, Markets and Institutions», 2016, Vol. 4 n. 2, pp. 129-144
- BORDONADO C., SAMDAL S. R., *VIX Exchange Traded Products: Performance, Price Discovery and Hedging*, Norwegian University of Science and Technology, 2014
- BRENNER M., GALAI D., *Hedging Volatility in Foreign Currencies*, «Journal of Derivatives», 1993, Vol. 1 n. 1, pp. 53-59
- BRENNER M., GALAI D., *New Financial Instruments for Hedging Changes in Volatility*, «Financial Analysts Journal», 1989, Vol. 45 n. 4, pp. 61-65
- CAMPASANO J., SIMON D. P., *The VIX Futures Basis: Evidence and Trading Strategies*, «The Journal of Derivatives», 2014, Vol. 21 n. 3, pp. 54-69
- CANINA L., FIGLEWSKI S., *The Informational Content of Implied Volatility*, «The Review of Financial Studies», 1993, Vol. 6 n. 3, pp. 659-681
- CARR P., WU L., *A Tale of Two Indices*, «The Journal of Derivatives», 2006, Vol. 13 n. 3, pp. 13-29
- CBOE HOLDINGS, *The CBOE Volatility Index – VIX*, White Paper, 2014
- CHANG B. Y., CHRISTOFFERSEN P. F., JACOBS K., VAINBERG G., *Option-Implied Measures of Equity Risk*, «Review of Finance», 2009, Vol. 16 n. 2, pp. 385-428
- CHRISTENSEN B. J., PRABHALA N. R., *The relation between implied and realized volatility*, «Journal of Financial Economics», 1998, Vol. 50 n. 2, pp. 125-150
- CIPOLLINI A., MANZINI A., *Can the VIX signal market direction? An asymmetric dynamic strategy*, «Social Science Research Network», 2007
- CORRADO C. J., MILLER T. W. JR., *The forecast quality of CBOE implied volatility indexes*, «Journal of Futures Markets», 2005, Vol. 25 n. 4, pp. 339-373
- COX J. C., ROSS S. A., RUBINSTEIN M., *Option pricing: A simplified approach*, «Journal of Financial Economics», 1979, Vol. 7 n. 3, pp. 229-263
- DE MIGUEL V., PLYAKHA Y., UPPAL. R., VILKOV G., *Improving Portfolio Selection Using Option-Implied Volatility and Skewness*, «Journal of Financial and Quantitative Analysis», 2013, Vol. 48 n. 6, pp. 1813-1845
- DELISLE J., DORAN J. S., KRIEGER K., *Volatility as an Asset Class: Holding VIX in a Portfolio*, «Working paper», College of Business – Department of Finance, 2010

- DENG G., MCCANN C. J., WANG O., *Are VIX Futures ETPs Effective Hedges?*, «The Journal of Index Investing», 2012, Vol. 3 n. 3, pp. 35-48
- DONNINGER C., *Improving the S&P Dynamic Futures Index: The Mojito 3.0 Strategy*, «Sibyl-Working-Paper», «Social Science Research Network», 2013
- FLEMING J., *The Quality of Market Volatility Forecasts Implied by S&P 100 Index Option Prices*, «The Journal of Empirical Finance», 1998, Vol. 5 n. 4, pp. 317-345
- HESTON S. L., *A Closed-Form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options*, «The Review of Financial Studies», 1993, Vol. 6 n. 2, pp. 327-343
- JUNG Y. C., *A portfolio insurance strategy for volatility index (VIX) futures*, «The Quarterly Review of Economics and Finance», 2016, Vol. 60, pp. 189-200
- McFARREN T., *VIX Your Portfolio: Selling Volatility to Improve Performance*, «Investment Insights – BlackRock», 2013, Vol. 16 n. 2, pp. 1-22
- NATENBERG S., *Option volatility & pricing*, Irwin professional publishing, 1994
- RHOADS R., *Trading VIX Derivatives: Trading and Hedging Strategies Using VIX Futures, Options and Exchange-Traded Notes*, John Wiley & Sons, 2011
- SINCLAIR E., *Volatility trading – Second Edition*, John Wiley & Sons, 2013
- SZADO E., *VIX Futures and options: A Case Study of Portfolio Diversification During the 2008 Financial Crisis*, «The Journal of Alternative Investments», 2009, Vol. 12 n. 2, pp. 68-85
- WHALEY R. E., *Derivatives on Market Volatility: Hedging Tools Long Overdue*, «The Journal of Derivatives», 1993, Vol. 1 n. 1, pp. 71-84
- WHALEY R. E., *Trading Volatility: At What Cost?*, «The Journal of Portfolio Management», 2013, Vol. 40 n. 1, pp. 95-108
- WHALEY R. E., *Understanding The VIX*, «The Journal of Portfolio Management», 2009, Vol. 35 n. 3, pp. 95-108.